

Sveučilište u Zagrebu
Geodetski fakultet

Zavod za primijenjenu geodeziju
Katedra za zemljomjerstvo

Skripta iz kolegija
Izmjera zemljišta

Prof. dr. sc. Marko Džapo

Zagreb, svibanj 2008.

Sadržaj

1 Geodetski datumi	1
1.1 Oblik i veličina Zemlje	1
1.1.1 Određivanje oblika i veličine Zemlje kroz povijest . . .	1
1.1.2 Geoid	3
1.2 Osnovno o geodetskim datumima	9
1.3 Koordinatni sustavi	12
1.3.1 Globalni geodetski sustavi	12
1.3.2 Koordinatni sustavi na području Hrvatske	14
1.3.3 Veza između državnog koordinatnog sustava i WGS84 sustava	18
2 Nivelman	22
2.1 Geometrijski nivelman	24
2.1.1 Dioba geometrijskog nivelmana	27
2.1.2 Ispitivanje i rektifikacija nivelira i pribora	28
2.1.3 Detaljni nivelman	31
2.1.4 Računanja u detaljnom nivelmanu	37
2.1.5 Priključak na visoki reper	43
2.1.6 Veza preciznog nivelmana na reper s rupicom	44
2.1.7 Postupak niveliranja kod generalnog nivelmana	48
2.1.8 Pravila pri niveliranju	53
2.1.9 Izvori pogrešaka pri niveliranju	56
2.2 Trigonometrijski nivelman	59
2.2.1 Računanje visina	60
2.2.2 Trigonometrijsko mjerenje visina bliskih točaka	75
3 Triangulacija	78
3.1 Uvod	78
3.1.1 Geodetske mreže	78
3.1.2 Triangulacijska mreža	79
3.2 Presijecanja	84
3.2.1 Presijecanje naprijed	84
3.2.2 Točnost presijecanja	86

3.3	Klasifikacija osnovne trigonometrijske mreže	86
3.4	Osnovičke (bazisne) mreže	87
3.5	Rekognosciranje trigonometrijske mreže	88
3.5.1	Osnovno o rekognosciranju trigonometrijskih mreža	88
3.5.2	Numeriranje	89
3.5.3	Položajni opis trigonometrijskih točaka	90
4	Metode izmjere	92
4.1	Ortogonalna metoda	93
4.1.1	Postupak i organizacija rada pri snimanju	96
4.1.2	Kontrolna mjerenja	99
4.1.3	Računanje koordinata točaka na liniji	99
4.1.4	Računanje koordinata na produžetku linije	101
4.1.5	Računanje koordinata detaljnih točaka na okomici	102
4.2	Polarna metoda	107
4.2.1	Razvijanje poligonske mreže	109
4.2.2	Razvijanje i mjerenje poligonske mreže za tahimetriju	110
4.3	Fotogrametrijska metoda	115
5	Mjerenje duljina u geodeziji	117
5.1	Osnove mjerenja duljina	117
5.1.1	Osnovna jedinica za duljinu	117
5.1.2	Metode mjerenja dužina	117
5.2	Korekcije pri mjerenju dužina	122
5.2.1	Korekcija dužine zbog meteoroloških uvjeta	122
5.2.2	Redukcija kose dužine na horizont	125
5.2.3	Redukcija dužine na nivo plohu elipsoida	126
5.2.4	Redukcija dužine u ravninu projekcije	126
5.2.5	Pregled svih korekcija mjerenih dužina	129
5.3	Izvori pogrešaka kod mjerenja dužine	131
5.3.1	Pogreška zbog kompariranja vrpce	131
5.3.2	Pogreška zbog krivo određene visinske razlike	131
5.3.3	Pogreška zbog temperature	131
5.3.4	Pogreška aliniranja vrpce (dotjerivanja u pravac)	132
5.3.5	Pogreška zbog ugibanja vrpce	132
5.3.6	Pogreška zbog promjene sile zatezanja	132
5.3.7	Pogreška zbog nesvođenja dužine na plohu referentnog elipsoida	132
5.3.8	Pogreška zbog nesvođenja dužine u ravninu projekcije	133
5.3.9	Pogreška zbog atmosferskih uvjeta kod elektrooptičkih daljinomjera	133
5.3.10	Pogreška centriranja daljinomjera	134
5.3.11	Pogreška centriranja reflektora	134
5.3.12	Pogreška mjerene zenitne duljine	135

6 Poligonometrija	139
6.1 Uvod u poligonometriju	139
6.2 Poligonske mreže	139
6.3 Poligonski vlak	141
6.3.1 Osnove	141
6.4 Rekognosciranje poligonske mreže	149
6.4.1 Stabilizacija poligonskih točaka	150
6.5 Mjerenje kutova u poligonskoj mreži	152
6.5.1 Girusna metoda mjerenja kutova	152
6.5.2 Točnost mjerenja kutova	153
6.6 Priključak poligonskog vlaka na nepristupačnu točku	159
7 Satelitsko pozicioniranje	163
7.1 Uvod	163
7.2 Dijelovi GPS sustava	163
7.2.1 Podjela	163
7.2.2 Svemirski segment	164
7.2.3 Kontrolni segment	164
7.3 Osnovno načelo satelitskog pozicioniranja	165
7.4 Terenski GPS postupci	166
7.4.1 Postupci mjerenja	167
7.5 Izvori pogrešaka	168
7.6 Primjena GPS mjerenih postupaka	169
7.6.1 RTK	170
7.7 Buduće smjernice	170
Popis slika	175
Popis tablica	176

Poglavlje 1

Geodetski datumi

1.1 Oblik i veličina Zemlje

1.1.1 Određivanje oblika i veličine Zemlje kroz povijest

U starom su vijeku o obliku Zemlje u različito vrijeme prevladavala različita vjerovanja. Zemlja je oblo tijelo. Ako je oblo – postavljaju se dva pitanja:

1. Kakvog je oblika?
2. Kako njenu površinu prikazati na ravnini plana

Prema Homerovoj Ilijadi (800. g. p.n.e.) i prema Thalesu iz Mileta (600. g. p.n.e.) Zemlja je imala oblik diska okruženog oceanima. Iz estetskih su razloga Pitagorejci (580-500. g. p.n.e.) predložili sferni oblik Zemlje. Do Aristotelovog je vremena (384-322. p.n.e.) sferni model bio općenito prihvaćen pa čak i potvrđen opažanjima: nestajanje broda na horizontu, okrugla sjena Zemlje za vrijeme pomrčine Mjeseca. U Kini je sferni oblik Zemlje prihvaćen u prvom stoljeću naše ere.

Osnivačem geodezije smatra se Eratosten iz Aleksandrije (276-195. p.n.e.). On je, također vjerujući da je Zemlja sfernog oblika, iz mjerenja odredio polumjer (radijus) Zemlje. Princip lučnih mjerenja kojeg je primijenio Eratosten aktualan je i danas: uz pomoć geodetskih mjerenja odredi se duljina luka, a uz pomoć astronomskih mjerenja odredi se središnji kut koji odgovara luku. Takva se mjerenja zovu još i gradusna.

Eratosten je otkrio da su u vrijeme Sunčevog solsticija zrake okomite u području Siene (danas Asuan), dok u Aleksandriji koja se nalazi na približno istoj geografskoj duljini Sunčeve zrake u isto vrijeme zatvaraju određeni kut sa smjerom vertikale (slika 1.1).

Iz duljine sjene vertikalnog štapa (gnomona) u polusfernoj posudi Eratosten je izračunao da je kut φ jednak $1/50$ punog kruga. Iz egipatskih katastarskih planova Eratosten je procijenio udaljenost D od Siene do Aleksandrije na 5000 stadija. Ako se uzme u obzir da je duljina egipatske stadije

pripada Ekvadoru, u svakom slučaju blizu ekvatora. Rezultati geodetskih mjerenja pokazali su da je Zemlja spljoštena na polovima.

Isaac Newton (1643-1727), na temelju svog zakona o univerzalnoj privlačnosti, uz pretpostavku da Zemlja rotira oko svoje osi, došao do zaključka da je zemlja spljoštena na polovima.

1831. izvedena su gradusna mjerenja u istočnoj Pruskoj koja je izveo F. W. Bessel a poslužila su za određivanje dimenzija tzv. Besselovog elipsoida koji je podloga za izradu karata na našem teritoriju.

Mjerenjem duljine luka, Dealambre (1749-1822) i P. Mechain (1744-1804), određen je (1804. g) metar kao četrdesetmilijunti dio dužine meridijana. Cijelo stoljeće nakon uvođenja metra kao mjere za duljinu u Francuskoj, veliki broj zemalja je prihvatio metar na Međunarodnoj metarskoj konvenciji u Parizu 1875. godine. Međunarodna meridijanska konferencija je u Washingtonu 1884. prihvatila da se Greemvich računa kao početni meridijan.

Ruđer Bošković (1711-1787) i francuz Le Maire izveli su (1750-1755) mjerenje duljine meridijana luka Rimini – Rim i Bošković je izračunao spljoštenost Zemlje.

1.1.2 Geoid

Zamislimo: morska površina produžena ispod svih kopna – dobije se neprekinuta zatvorena površina koja se naziva – razinska (nivo) ploha mora, a tijelo koje zatvara – geoid (slika 1.2¹). Geoid je, dakle, fizikalno tijelo. Za potrebe izmjere i izrade planova i karata geoid se aproksimira (zamjenjuje) rotacijskim elipsoidom, koji nastaje rotacijom elipse meridijana oko kraće osi. Potrebno je odrediti takav elipsoid koji će sto manje odstupati od plohe geoida, tj.

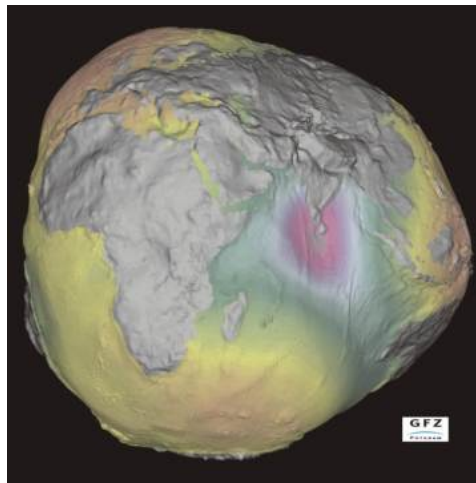
- Volumen rotacionog elipsoida mora biti jednak volumenu geoida
- Geometrijski centar elipsoida mora se podudarati s centrom Zemlje
- Mala os elipsoida mora se poklapati sa osi rotacije Zemlje
- Suma kvadrata odstupanja elipsoida od geoida mora biti minimum

Određivanje dimenzija rotacijskog elipsoida izvršeno je više puta. Bessel je izvodio mjerenja u Istočnoj Pruskoj (1931-1938) čiji su podaci poslužili određivanju tzv. Besselovog elipsoida koji je podloga za naš teritorij. Besselov elipsoid 1841. godine:

$$a = 6377397.155 \text{ m}$$

$$b = 6356078.963 \text{ m}$$

¹GeoForschungsZentrum Potsdam, <http://www.gfz-potsdam.de/news/foto/champ/>



Slika 1.2: Geoid iz CHAMP misije

Dimenzije elipsoida koje je odredio Hayford, Internacionalna geodetska i geofizička unija je 1924. godine na kongresu u Madridu predložila da bude međunarodno priznat:

$$a = 6378388.000 \text{ m}$$

$$b = 6356911.946 \text{ m}$$

$$f = \frac{a - b}{a} = 1 : 297.000$$

Početak 19. stoljeća postalo je jasno da elipsoidni model ne zadovoljava kod mjerenja visoke točnosti. Smjer ubrzanja sile teže (smjer viska) odstupa od normale na elipsoid i ta kutna razlika između vertikale i normale naziva se odklon težišnice.

Gauss 1803-1807. prvi put primjenjuje izjednačenje po teoriji najmanjih kvadrata na triangulacijsku mrežu Brunswicka. Sve to vodi novoj definiciji oblika Zemlje, kada Gauss i Bessel jasno razlikuju fizičku površinu Zemlje, geoid kao fizikalni oblik Zemlje, te na kraju elipsoid kao referentnu plohu. Friedrich Robert Helmert 1880. godine definira geodeziju na način koji je i danas aktualan te ga se s pravom smatra utemeljiteljem moderne geodezije. Lučna, često zvana i gradusna mjerenja ostaju prioritet geodetskih istraživanja sve do sredine 20. stoljeća. Njihov usputni rezultat bile su nacionalne mreže točaka raspoređenih u trokute, koje postaju položajne kontrolne točke za izradu karata i planova - temeljni zadatak mnogih nacionalnih geodetskih institucija i u današnje vrijeme.

Uzdruž odabranih meridijana i paralela postavljene su odgovarajuće geodetske točke na kojima će se izvršiti astronomska i gravimetrijska mjerenja iz kojih će se izračunati odstupanja vertikala i tako doći do elemenata elipsoida koji se određuje pod sljedećim uvjetima:

- Volumen rotacionog elipsoida mora biti jednak volumenu geoida
- Geometrijski centar elipsoida mora se podudarati s centrom Zemlje
- Mala os elipsoida mora se poklapati sa osi rotacije Zemlje
- Suma kvadrata odstupanja elipsoida od geoida mora biti minimum

Presjeci elipsoida s ravninama koje sadrže okretnu os elipsoida daju elipse koje se nazivaju meridijani a presjeci elipsoida s ravninama koje su okomite na okretnu os nastaju kružnice koji se zovu paralele. Pored presjeka s navedenim ravninama još su za geodete važni presjeci elipsoida ravninama koje sadrže normalu neke točke elipsoida. Ovi presjeci se nazivaju normalni presjeci. Prema tome svi meridijani su normalni presjeci a od paralela jedino je Ekvator normalni presjek.

Računanja na elipsoidu dosta su komplicirana. Za manja područja, za praktične potrebe može se elipsoid zamijeniti kuglom radijusa:

$$R = \sqrt{MN} = 6376703 \text{ m} \approx 6377 \text{ km} \quad (1.1)$$

gdje su:

M srednji radijus zakrivljenosti meridijana

N srednji radijus zakrivljenosti prvog vertikalna u središtu premjeravanog teritorija.

Ako Zemlju smatramo kuglom što možemo učiniti za manje točna mjerenja tada se polumjer Zemlje može izračunati:

$$R = \sqrt[3]{a^2b} \quad (1.2)$$

i ova kugla će imati isti volumen kao i elipsoid.

Vrijednosti polumjera za pojedine vrijednosti bi bile:

Elipsoid Bessela	R=6370283.17 m
Elipsoid Hayforda	R=6371221.26 m
Elipsoid Krasovskog	R=6371109.70 m

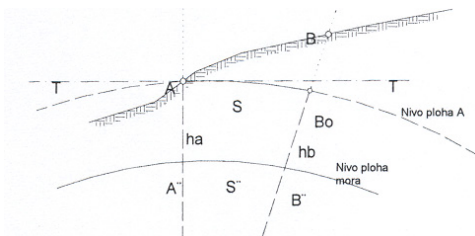
Ako se polumjer računa po izrazu

$$R = \frac{2a + b}{3}$$

tada će kugla imati približno istu površinu kao i elipsoid.

Elipsoid Bessela	R=6371004.47 m
Elipsoid Hayforda	R=6371229.32 m
Elipsoid Krasovskog	R=6371117.97 m

Računanja na kugli izvode se pomoću sferne astronomije što je dosta složenije od računanja na ravnini. Zato se za mala područja Zemljine površine geoid može zamijeniti ravninom. Tada se sva računanja izvode na nekon usvojenoj ravnini. Informacije o neravninama na fizičkoj površini



Slika 1.3: Nivo ploha mora i nivo plohe točaka na površini Zemlje

Zemlje u visinskom pogledu pružaju apsolutne visine točaka.

Apsolutna visina neke točke je vertikalna udaljenost od nivo plohe mora do te točke. Relativna visina ili visinska razlika između dviju točaka je udaljenost između njihovih nivo ploha ΔH ili $H_{AB} = H_B - H_A$.

A i B su točke na fizičkoj površini Zemlje. Njihova međusobna udaljenost na planu će biti prikazana dužinom $A'B'$, tj. najprije će biti reducirana na nivo plohu točke A: $AB_0 = S$, a onda reducirati na nivo plohu mora i potom u ravninu projekcije. Ako je nivo ploha mora kugla polumjera R vrijedi:

$$S' : SR : (R + h_a)$$

$$S' = \frac{SR}{R + h_a}$$

$$\begin{aligned} S - S' &= S - \frac{SR}{R + h_a} \\ &= S \left(\frac{R}{R + h_a} \right) \\ &= S \left(\frac{R + h_a - R}{R + h_a} \right) \end{aligned}$$

h_a u nazivniku možemo zanemariti jer je to mala vrijednost u odnosu na R pa će biti:

$$S - S' = S \frac{h_a}{R}$$

Veličina redukcije za pojedine dužine stranica i nadmorske visine prikazana je na tablici 1.1.

Ako je udaljenost između točaka A i B tako mala da praktički nema razlike u smjeru vertikala u njihovim točkama odnosno vertikale su paralelne tada se može uzeti da je Zemlja na tom dijelu ravnina.

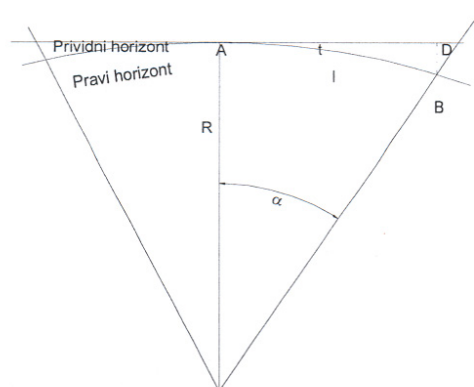
Veličina teritorija, na kojoj se Zemlja može aproksimirati ravninom i sve

Stranica AB_0	Visina h		
	500 m	1000 m	2000 m
1000 m	8 cm	16 cm	31 cm
2000 m	16 cm	31 cm	63 cm
5000 m	39 cm	78 cm	157 cm

Tablica 1.1: Veličina redukcije za pojedine dužine stranica i nadmorske visine

zadatke na njoj riješavati zakonima analitičke geometrije.

Ako je točka A središte izmjere onda je nivo ploha kroz tu točku pravi horizont, a tangencijalna ravnina prividni horizont. Ako je razlika dužine tangente i luka tako mala da se na planu ne može primijetiti, u tom slučaju možemo Zemlju smatrati ravninom.



Slika 1.4: Prividni i pravi horizont

$$D = 2(t - l)$$

Neka je M nazivnik mjerila plana:

$$M = \frac{l}{L}$$

ε je najmanja dužina koja se na planu može izmjeriti:

$$\varepsilon = 0.05\text{mm}$$

što u naravi iznosi:

$$\Delta = \varepsilon M$$

npr. za $M=1000$:

$$\Delta = 0.05 \cdot 1000 = 50\text{mm}$$

Tada mora biti:

$$\varepsilon M \geq 2(t - l)$$

odnosno

$$2(t - l) \leq \varepsilon M$$

gdje je

$$t = R \tan \alpha$$

$$l = R\alpha$$

$$2(t - l) = 2(R \tan \alpha - R\alpha) = 2R(\tan \alpha - \alpha)$$

Ako se $\tan \alpha$ razvije u Taylorov red:

$$\tan \alpha = \alpha + \frac{1}{3}\alpha^3 + \dots$$

$$\tan \alpha - \alpha = \left(\alpha + \frac{1}{3}\alpha^3 \right) - \alpha = \frac{1}{3}\alpha^3$$

Tada će biti:

$$2(t - l) = 2R \cdot \frac{1}{3}\alpha^3$$

odnosno

$$\varepsilon \cdot M \geq \frac{2}{3}R\alpha^3 = \frac{2}{3}R \frac{l^3}{R} = \frac{2}{3} \frac{l^3}{R^2}$$

Iz toga vrijedi:

$$l \leq \sqrt[3]{\frac{3}{2}R^2 M \varepsilon}$$

Za vrijednosti:

$$R = 6370 \text{ m}$$

$$\varepsilon = 0.05 \text{ mm}$$

biti će za mjerilo 1:1000:

$$l \leq 14.5 \text{ km}$$

Za mjerilo 1:1500 će biti:

$$l \leq 24.8 \text{ km}$$

Ovo vrijedi za prikazivanje u kor. smislu dok za visine to nije slučaj.

$$BD = CD - CB = \frac{R}{\cos \alpha} - R = R \sec \alpha - R$$

$\sec \alpha$ razvijemo u Taylorov red:

$$\sec \alpha = 1 + \frac{1}{2}\alpha^2 + \dots$$

a kako je

$$\alpha = \frac{l}{R}$$

bit će:

$$\sec \alpha = 1 + \frac{l^2}{2R^2}$$

Konačno će biti:

$$BD = R \sec \alpha - R = R \left(1 + \frac{l^2}{2R^2} \right) - R = \frac{l^2}{2R}$$

Razlike pravog i prividnog horizonta su prikazane na tablici 1.1.2.

l=	100 m	200 m	300 m	400 m	500 m	1000 m	2000 m	5000 m
BD=	0.001 m	0.003 m	0.007 m	0.01 m	0.02 m	0.08 m	0.31 m	1.96 m

Tablica 1.2: Razlike pravog i prividnog horizonta

1.2 Osnovno o geodetskim datumima

Geodetski koordinatni sustavi poznati pod nazivom geodetski datumi, nastajali su u pojedinim kontinentalnim regijama ili državama, za potrebe službene kartografije ili katastarske evidencije. Određivani su tijekom 19. stoljeća na osnovu klasičnih geodetskih opažaja i metoda računanja. Razvijeni su na ograničenom prostoru, regionalne su prirode i nisu geocentrični.

Geodetski datum je skup parametara koji određuju koordinatni sustav, u kojem se računaju koordinate točaka na površini Zemlje (NGS 1986). Horizontalni geodetski datum, za koji se koristi rotacioni elipsoid kao referentna ploha, definiran je:

- veličinom,
- oblikom i
- položajem referentnog elipsoida naspram geocentričnog koordinatnog sustava.

Prema ranijim predodžbama (Torge, W. 1975) određen je sa pet parametara:

- dva reprezentiraju veličinu i oblik elipsoida i
- tri su parametri orijentacije

Iz te definicije proizlazi, da ne postoji veza s fizikalnim geocentrom. Stoga je najmanje osam parametara potrebno za definiranje datuma:

- dva definiraju veličinu i oblik elipsoida,

- tri određuju orijentaciju i
- tri lociraju ishodište koordinatnog sustava

Međutim, za kompletno definiranje geodetskog datuma u odnosu na geocentrični koordinatni sustav, bilo bi potrebno deset parametara (Wirth 1990) i to:

- geometrijsko definiranje koordinatnog sustava u prostoru (3 položajna parametra, 3 orijentacijska, 1 mjerilo),
- veličina i oblik elipsoida i
- visinsko definiranje lokalnog geoida (N_0)

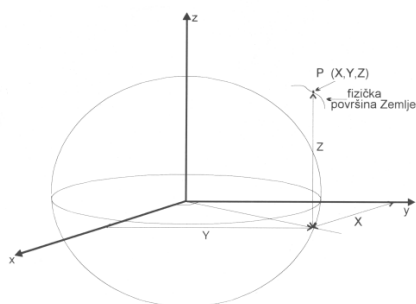
U našoj državi koristi se koordinatni sustav kojem je pridružen Bessel-ov elipsoid iz 1841. godine, a zadan je pomoću numeričkih vrijednosti za poluosi a i b u metrima. Preostalih šest parametara proizašli su na temelju triangulacijskih radova austrougarskog Vojno-geografskog instituta. Visinski datum je definiran skupom fundamentalnih visina na koji se odnose sve ostale visine (NGS 1986). Za područje Republike Hrvatske još uvijek je u službenoj upotrebi visinski datum, definiran nedovoljno točnom visinom normalnog repera, na molu "Sartorio" u Trstu.

Postoji i nova definicija visinskog datuma, koja se oslanja na pet uporabljivih mareografa, na istočnoj obali Jadranskog mora (Dubrovnik, Split, Bakar, Rovinj i Koper). Ovaj vertikalni datum je definiran II NVT, koji je sračunat u geodetskom sustavu 1967., te definiran za epohu 1971.5 (Feil, L. i dr. 1993 Rožić 1996). Moderni geodetski datumi koriste, umjesto dva dosadašnja odvojena datuma za položaj i visine, jedan trodimenzionalni geocentrični geodetski datum (čak i četverodimenzionalni u slučaju korištenja vremena kao četvrte dimenzije).

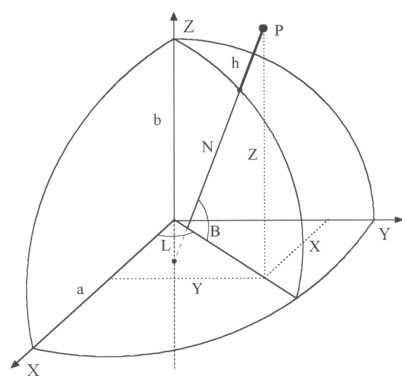
U satelitskoj geodeziji koriste se dva koordinatna sustava i to:

1. Konvencionalni inercijalni koordinatni sustav (Conventional Inertial System – CIS), za računanje trajektorije gibanja satelita,
2. Konvencionalni terestrički sustav (Conventional Terrestrial System - CTS), u kojem se određuju koordinate stanica opažanja ili se prikazuju rezultati satelitske geodezije.

Geometrijski odnosi točaka na fizičkoj površini Zemlje mogu se definirati pomoći pravokutnih - Kartezijevih ili krivolinijskih - zakrivljenih koordinatnih sustava (Hotine, M. 1969). GPS mjerenjem određuje se vektor između poznate (priključne) GPS točke i novoodređene točke, a koordinate se računaju u geocentričnom, globalnom pravokutnom (kartezijevom) koordinatnom sustavu (X, Y, Z) (slika 1.5) ili u također trodimenzionalnom svjetskom geodetskom sustavu (B, L, h) (1.6).



Slika 1.5: Kartezijev pravokutni koordinatni sustav



Slika 1.6: Geodetski (elipsoidni) koordinatni sustav

Veza ova dva koordinatna sustava dana je matematičkim relacijama:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h) \cos B \cos L \\ (N + h) \cos B \sin L \\ ((1 - e^2)N + h) \sin B \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}} \quad (1.4)$$

N je polumjer prvog vertikala središnje točke izmjere

$$e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2} \quad (1.5)$$

$$B = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right)^{-1}\right) \quad (1.6)$$

$$L = \arctan \frac{Y}{X} \quad (1.7)$$

$$h = \frac{\sqrt{Y^2 + X^2}}{\cos B} - N \quad (1.8)$$

Ovdje se koristi elipsoid definiran u svjetskom geodetskom sustavu WGS84 (slika 1.7) koji ima iste vrijednosti za veliku poluos i vrlo malu razliku u spljoštenosti kao i opći Zemljin elipsoid GRS80. Osnovni parametri za Geodetski referentni sustav 1980 (GRS80) prema (Moritz 1980.) iznose:

$$a = 6378137 \pm 2\text{m} \quad (1.9)$$

$$\frac{1}{f} = (298257 \pm 1)10^{-3} \quad (1.10)$$

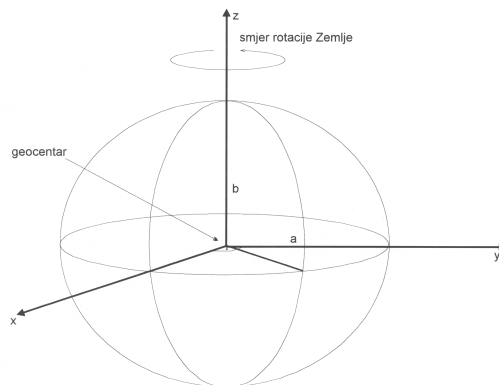
$$\omega = 7.292115 \cdot 10^{-5} \quad (1.11)$$

1.3 Koordinatni sustavi

1.3.1 Globalni geodetski sustavi

1.3.1.1 Svjetski geodetski sustav WGS84

Od 1987. za GPS mjerenja koristi se World Geodetic System 1984 (WGS84) referentni koordinatni sustav, nastao kao zamjena za WGS72. Nastao je modificiranjem sustava Navy Navigation Satellite System Doppler Reference Frame (NSWC 9Z-2). To je geocentrični koordinatni sustav čije je ishodište u središtu Zemljinih masa. Os Z usmjerena je prema srednjem položaju sjevernog pola od 1900. do 1905. godine. Os X leži u ekvatorskoj ravnini i prolazi srednjim Greenwichkim meridijanom. Os Y okomita je na osi X i Z i usmjerena je na istok. Pridružen mu je geocentrični ekvipotencijalni elipsoid (slika 1.7), koji je definiran sa parametrima danim u tablici 1.3 (Seeber 1989).



Slika 1.7: World geodetic system (WGS84)

Parametar i vrijednost	Opis
$a=6378137$ m	Velika poluos
$\frac{1}{f} = \frac{1}{298.257223563}$	Spljoštenost
$\omega = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$	Brzina rotacije
$GM = 398600.5 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$	Geocentrična gravitacijska konstanta
$C_{20} = -J_2 = (-1082.63 \pm 0.005) \cdot 10^{-5}$	2. zonalna harmonika

Tablica 1.3: Parametri za WGS84 (prema Seeber 1989)

Vrijednosti parametara preuzete su iz Geodetskog Referentnog Sustava 1980 (GRS80) elipsoida. Razlika u spljoštenosti ova dva elipsoida nastala je stoga, što je originalni zonalni koeficijent za GRS80 određen numeričkom vrijednošću $J_2 = 108263 \cdot 10^{-8}$, na šest decimala, dok je sada određen na osam, a to uzrokuje malu razliku u spljoštenosti u iznosu od: $\Delta f = 16 \cdot 10^{-12}$. Numeričke vrijednosti drugih parametara mogu se izračunati koristeći teoriju ekvipotencijalnog elipsoida.

1.3.1.2 Jedinstveni europski prostorni koordinatni sustav

Do danas je poznato nekoliko globalnih referentnih sustava od kojih je najnoviji Međunarodni terestrički referentni sustav ITRF (International Terrestrial Reference Frame) kojeg je uspostavio IERS (International Earth Rotation Service) nizom mjerenja na terestričkim stanicama, lociranim na preko 190 mjesta širom svijeta. Geocentrične koordinate ovih točaka određene su pomoću visokopreciznih svemirskih tehnika SLR (Satellite Laser Ranging), VLBI (Very Long Baseline Interferometry) i GPS mjerenja. Iz dobivenih rezultata s ITRF-stanica stalno se dolazilo do novih spoznaja o ponašanju litosfere, pa se pristupilo izračunavanju koordinata za svaku godinu (Seeger 1993). Kako su bile uočene razlike, dogovoreno je da se za ishodišni koordinatni sustav prihvati ITRF89, određen za početak 1989. godine. Da se ne bi morale uzimati u obzir promjene uzrokovane godišnjim pomacima postojećih mikroploča, pristupilo se formiranju koordinatnog sustava za područje Europe. Tako je definiran novi koordinatni sustav ETRS89 (European Terrestrial Reference System) i vremenski definiran na epohu 1989. Kao osnova za uspostavljanje ovog koordinatnog sustava, poslužilo je 17 točaka iz ITRF89 koje su proširene za još 6 stanica u okviru mobilne VLBI kampanje (Čolić i dr. 1996). Ova mreža točaka nije zadovoljila tražene zahtjeve pa se projektom EUREF89 progustila s ukupno 93 točke čija je unutarnja točnost za SLR i VLBI stanice od 13 - 23 mm po X, Y i Z, a izjednačene su zajedno s GPS točkama koje su na udaljenosti od oko 200 km, točnost iznosi do 1 cm (Seeger i dr. 1992). Naknadno je usvojeno da se za referentnu ravninu koristi elipsoid GRS80. Razlog zbog kojeg se WGS84 sustav ne uzima kao podloga za GPS mjerenja je u činjenici što je ovaj sustav određen iz manje točnih doplerovskih mjerenja s unutarnjom točnosti od 1 - 2m (Seeger 1993).

Položaj WGS84 podudara se s ETRS89 na 1 - 2 m, čija je unutarnja točnost od 4 - 5 cm (Čolić i dr. 1996). Iz ovog navedenog ETRS89 možemo prihvatiti kao precizni europski "geodetski datum", makar danas postoji noviji i točniji npr. ETRS94.

1.3.2 Koordinatni sustavi na području Hrvatske

Geodetska osnova na području Republike Hrvatske određivana je u više faza tijekom prošlog i početkom ovog stoljeća, u više koordinatnih sustava. Radove na uspostavi geodetske osnove izvodili su stručnjaci pod rukovodstvom tadašnjih administrativnih centara Budimpešte i Beča, tako da raspoložemo sa vrlo malo podataka na osnovu kojih bi se moglo sa sigurnošću zaključiti kako su ti radovi izrađeni i koje su kvalitete. U cilju jasnijeg prikaza o porijeklu i načinu izrade geodetske osnove, neophodno je spomenuti stare koordinatne sustave koji se i danas koriste u većem dijelu Republike Hrvatske.

1.3.2.1 Stari koordinatni sustavi

Austrijski koordinatni sustavi Poslovi na određivanju triangulacije i izmjere zemljišta za područja Dalmacije, Istre i dijela Kvarnerskih otoka, bili su pod upravom Austrije. Često se događalo da se radovi na triangulaciji i izmjeri zemljišta zbog hitnosti posla izvode istovremeno u više pokrajina. Zbog toga je cijelo područje obuhvaćeno izmjerom podijeljeno na sedam koordinatnih sustava. Pošto se izmjera izvodila na širem području, više koordinatnih sustava bilo je neophodno i zbog što manjih deformacija, pošto se nije vodilo računa o zakrivljenosti Zemljine površine. Područje Hrvatske bilo je u dva koordinatna sustava:

1. Bečki koordinatni sustav i
2. Krimski koordinatni sustav.

Bečki koordinatni sustav Ovo je jedan od najstarijih koordinatnih sustava. Radovi na triangulaciji u ovom koordinatnom sustavu trajali su od 1817. do 1821. a godine. Osnovna točka ovog koordinatnog sustava je toranj crkve Sv. Stefan u Beču. Os x se podudara s meridijanom koji prolazi jabukom na tornju, a os y prolazi južno od Beča za 48 milja.

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ}12'31'',54 \\ \lambda &= 34^{\circ}02'27'',52 \quad \text{ist. Ferra}\end{aligned}$$

Krimski koordinatni sustav Ishodište ovog koordinatnog sustava je točka Krimsko brdo, koja se nalazi oko 14 km južno od Ljubljane, koja je određena geografskim koordinatama:

$$\begin{aligned}\varphi &= 45^{\circ}55'43'',75 \\ \lambda &= 32^{\circ}08'18'',71 \quad \text{ist. Ferra}\end{aligned}$$

Koordinatna X-os podudara se sa smjerom meridijana koji prolazi kroz točku Krimsko brdo, s pozitivnim smjerom u pravcu juga, a pozitivni smjer osi y je u pravcu zapada. Primjenjivan je na području Istre. Iz pregleda navedenih koordinatnih sustava koji su primjenjivani na području Republike Hrvatske prije uvođenja koordinatnih sustava Gauss-Krügerove projekcije meridijanskih zona, uočava se da je triangulacija 1. reda određivana u dužem vremenskom periodu, korištenjem različitih matematičkih metoda i instrumentima različitih tehničkih mogućnosti.

Budimpeštanski koordinatni sustav Poznato je da je Mađarska među prvim zemljama u svijetu počela s premjerom zemljišta za potrebe izrade katastarskih planova. Uvedeni su koordinatni sustavi u kojima je zemlja smatrana ravninom i koordinatni sustavi u kojima je Zemlja smatrana zakrivljenom plohom. Jedan od koordinatnih sustava u kojem nije vođeno računa o zakrivljenosti Zemlje, a proteže se na područje naše državne teritorije, jest Budimpeštanski koordinatni sustav. Koordinatni početak onog sustava je trigonometrijska točka I. reda Gellerthegey u blizini Budimpešte. Kao apscisna os uzet je meridijan koji prolazi kroz tu točku, a za ordinatu, okomica na meridijan u istoj točki. Položaj koordinatnog početka određen je geografskim koordinatama u odnosu na nulti meridijan Ferra (Borčić, B. i dr. 1969).

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ}29'09'',6380 \\ \lambda &= 36^{\circ}42'53'',5733 \quad \text{ist. Ferra}\end{aligned}$$

U ovom koordinatnom sustavu izračunata je triangulacijska mreža nazvana "Stara prekodunavska glavna mreža", koja je naslonjena na triangulaciju Vojno-geografskog instituta iz Beča.

Kloštar-Ivanički koordinatni sustav Početak ovog koordinatnog sustava je toranj crkve u Kloštar-Ivaniću po kojoj je sustav dobio svoj naziv. Triangulacija I. reda na području ovog koordinatnog sustava započeta je 1855. godine na užem području Hrvatske, a godinu dana kasnije na području Slavonije i manjeg dijela Srijema. Za početnu stranu triangulacije uzeta je strana iz "Stare prekodunavske glavne mreže". Prilikom računanja koordinata točaka u ovom koordinatnom sustavu nije uzeta u obzir zakrivljenost Zemlje i nikakva projekcija nije primijenjena da bi se prešlo s elipsoida

na ravninu. Primjena jedne projekcije za prijelaz s elipsoida na ravninu bila je tek 1863. godine. Geografske koordinate ishodišta ovog koordinatnog sustava su:

$$\begin{aligned}\varphi &= 45^{\circ}44'21'',25 \\ \lambda &= 34^{\circ}05'09'',16 \quad \text{ist. Ferra}\end{aligned}$$

Srednji i južni koordinatni sustav kose komforne cilindrične projekcije Za područja koja su bila pod mađarskom upravom 1908. godine odlučeno je da se napusti do tada korištena stereografska projekcija i usvoji kosa konformna cilindrična s tri koordinatna sustava: sjeverni, srednji i južni. Današnje područje Hrvatske nalazi se u južnom i dijelom u srednjem koordinatnom sustavu. Srednji i južni koordinatni sustavi leže sjeverno odnosno južno od paralele čija je geografska širina $\varphi = 46^{\circ}22'00'',000$. Ishodište srednjeg koordinatnog sustava određeno je geografskim koordinatama na elipsoidu:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ}08'46'',7266 \\ \lambda &= 36^{\circ}42'53'',5733 \quad \text{ist. Ferra}\end{aligned}$$

a ishodište južnog koordinatnog sustava:

$$\begin{aligned}\varphi &= 45^{\circ}34'36'',5869 \\ \lambda &= 36^{\circ}42'53'',5733 \quad \text{ist. Ferra}\end{aligned}$$

Kod ove projekcije elipsoid je prvo konformno preslikan na kuglu, a potom kugla na ravninu. Za neka područja Hrvatske koja se nalaze u Južnom koordinatnom sustavu, izrađeni su katastarski planovi u mjerilu 1:2880, a za grad Zagreb izrađeni su planovi u mjerilu 1:1000 koji se i danas koriste u zemljišnim knjigama. U navedenim koordinatnim sustavima sračunate su koordinate trigonometrijskih točaka koje su bile pod administrativnom upravom Budimpešte. Međutim, za neka područja Hrvatske koja su bila pod austrijskom upravom izrađeni su katastarski planovi u drugim koordinatnim sustavima.

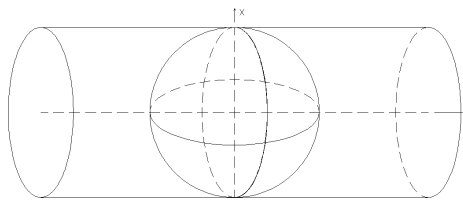
1.3.2.2 Koordinatni sustavi Gauss-Krügerove projekcije meridijanskih zona

U nastojanju da se odredi jedinstvena triangulacija I. reda za područje bivše Jugoslavije, po ugledu na Austriju i Njemačku, 1924. godine usvojena je Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona. Da bi se dobio jedinstveni

koordinatni sustav i na taj način omogućilo povezivanje sa susjednim zemljama, odlučeno je da se osnovne meridijanske zone Jugoslavije poklapaju s istim meridijanskim zonama u Njemačkoj. Da bi se izvršilo povezivanje na sustave Austrije i Njemačke, a da pri tome linearne deformacije ne smiju prijeći iznos 1 dm po kilometru, treba uvesti dvije zone s glavnim meridijanima 15° i 18° istočne dužine od Greenwicha (Glavna geodetska uprava pri vladi FNRJ 1951). Apscisna os - X predstavlja projekciju meridijana čije su geografske dužine 15° i 18° istočno od Greenwicha, a ordinatna os - y je pravac okomit na apscisnu os x i predstavlja projekciju ekvatora. Broj koji označuje koordinatni sustav 5. ili 6. stavlja se ispred vrijednosti ordinate, a da bismo izbjegli negativne ordinate dodajemo svim ordinatama 500000 metara. Neka je dana točka čija je ordinata $y = 5\ 346\ 742.156$. Vidimo da je ona u 5. koordinatnom sustavu, a pošto je manja od 500 000 m, nalazi se zapadno od glavnog meridijana na udaljenosti od $500\ 000 - 346\ 742.156 = 153\ 257.844$ m. Ako je $x = 4\ 956\ 871.238$ m, onda je to stvarno odstojanje od y osovine, odnosno od projekcije ekvatora.

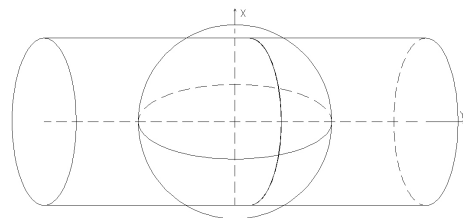
Pogreška deformacije dužine iznosi 1 dm/km., a širina zone može biti 3° po dužini. Hrvatska se proteže između 13.5° i 19.5° istočne geografske dužine od Greenwicha pa su zato uvedena dva valjka.

\bar{a}, \bar{b} nereducirane



Slika 1.8: Nereducirane koordinate

1 dm/km do 90-og km pa je mjerilo na meridijanu 1, a na kraju $(1 - 0.0001)$. Da bi se područje preslikavanja proširilo uvodimo drugi cilindar koji sječe Zemlju na 90.18 km od glavnog meridijana. Na taj valjak se odnose reducirane koordinate (x, y) :

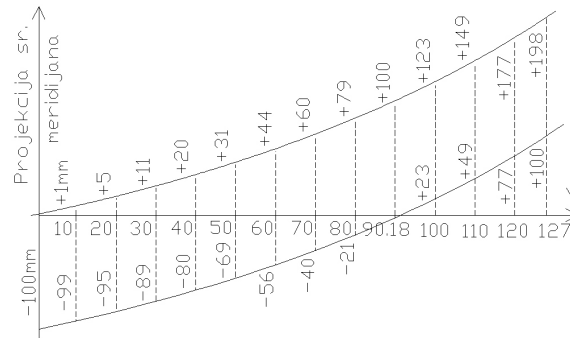


Slika 1.9: Reducirane koordinate

$$m_0 = 1 - 0.0001$$

$$x = (1 - 0.0001)\bar{x} = 0.9999\bar{x}$$

$$y = (1 - 0.0001)\bar{y} = 0.9999\bar{y} + 5500000 \text{ (ili } 6500000 \text{)}$$

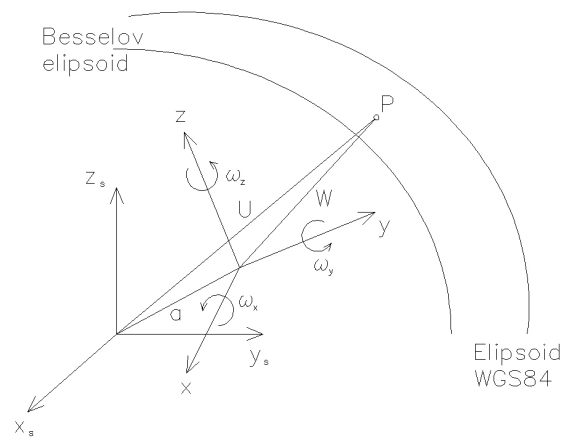


Slika 1.10: Projekcija srednjeg meridijana

Ako je $y = 5346742.156$ m, točka je zapadno od 15. meridijana jer je $y < 5500000$ m.

$x = 4956871.238$ m, onda je to udaljenost y-osi od ekvatora. Kako je Hrvatska na sjevernom dijelu, sve vrijednosti x su pozitivne.

1.3.3 Veza između državnog koordinatnog sustava i WGS84 sustava



Slika 1.11: Veza između državnog koordinatnog sustava i WGS84 sustava

Transformacija koordinata iz jednog trodimenzionalnog koordinatnog sustava u drugi, pravokutni koordinatni sustav, može se izvesti na osnovu tri translacije, tri rotacije oko koordinatnih osi i jednim faktorom mjerila, što se može prikazati pomoću tzv. Prostorne Helmertove transformacije:

$$W_i = a + (1 + dm) \cdot R \cdot U_i \quad (1.12)$$

gdje je

$$a = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T \quad (1.13)$$

vektor translacije pomaka središta jednog elipsoida do središta drugog elipsoida,

$$U_i = [U_x \ U_y \ U_z]^T \quad (1.14)$$

radijvektor točke P u koordinatnom sustavu U (npr. GPS koordinatni sustav),

$$W_i = [W_x \ W_y \ W_z]^T \quad (1.15)$$

radijvektor točke P u koordinatnom sustavu U (npr. HDKS koordinatni sustav),

$$(1+dm) \quad (1.16)$$

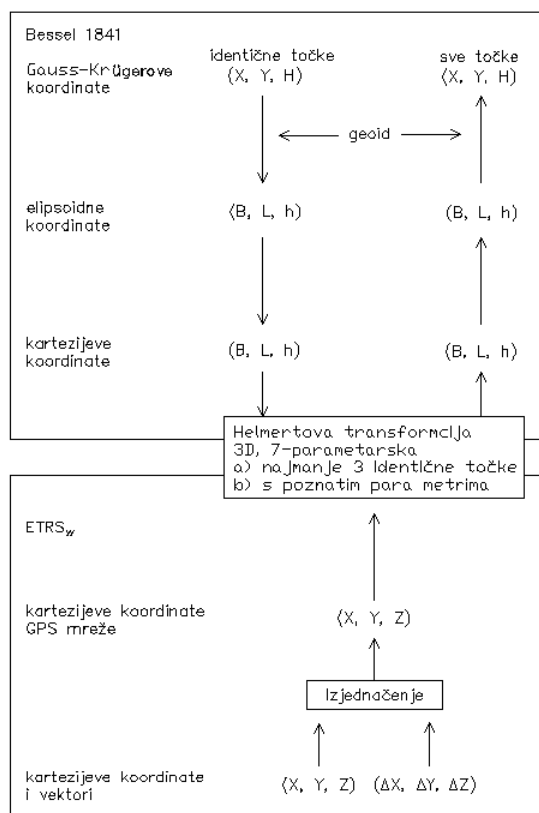
faktor mjerila a R je rotacijska matrica koja se sastoji od 3 matrice rotacije

$$R = R_3(\omega_z) \times R_2(\omega_y) \times R_1(\omega_x) \quad (1.17)$$

Razlika između koordinata državnog koordinatnog sustava i svjetskog koordinatnog sustava WGS84 po geografskoj longitudi, tj. po udaljenosti od Greenwicha, vrlo je velika i iznosi oko 17 lučnih sekundi, što u stvarnosti iznosi oko 380 metara na površini Zemlje. Po geografskoj širini razlika je mala i iznosi oko 1 lučnu sekundu, tj. oko 30 m.

Prije transformacije iz WGS84 (ETRS89) u državni koordinatni sustav, potrebno je imati na umu da se visine točaka odnose na jednu referentnu plohu, a položajne koordinate na drugu referentnu plohu. Visinska razlika između ovih referentnih ploha danas je određena s točnošću 1-2 cm (Denker 1989) i kod transformacija može se uzeti u obzir na odgovarajući način. Na osnovi usporedbe koordinata (starih i dobivenih Helmertovom transformacijom) identičnih točaka, dobijemo ocjenu točnosti i homogenosti postojeće mreže.

Prema slici 1.12 može se objasniti tijek transformacije iz WGS84 (ETRS89) u državni koordinatni sustav. U gornjem dijelu tablice nalaze se sve operacije vezane za državni koordinatni sustav, a u donjem dijelu operacije

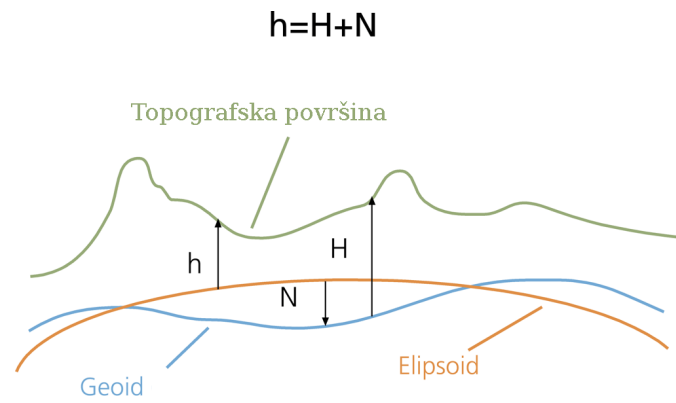


Slika 1.12: Shematski prikaz transformacije

vezane za transformacije u WGS84 (ETRS89). Poznato je da u praksi nisu unaprijed poznati parametri transformacije iz WGS84 (ETRS89) u državni koordinatni sustav. Nadamo se, da će tijekom slijedećih godina biti određeni srednji parametri transformacije na temelju kampanja mjerenja, kao što je bio EUREF. Danas se računaju lokalni parametri transformacije iz najmanje tri identične točke. Prema slici 1.12 za identične točke iz Gauss-Krügerovih koordinata (x,y) i ortometrijskih visina H , uzimanjem u obzir plohe geoida, računaju se elipsoidne koordinate koje se onda pretvaraju u globalne kartezijeve koordinate (X,Y,Z) i potom izravno ulaze u 7parametarsku Helmertovu transformaciju. Pri tome je potrebno napomenuti da su koordinate orbita kao i koordinate točaka EUREF94 - mreže u ITRF92 sustavu za epohu mjerenja 1994.4, te da su kao takve morale biti transformirane u ETRS89, definiran jedinstveni europski koordinatni sustav za epohu 1989.0 po Boucherovoj formulaciji (Čolić i dr. 1996).

Na slici 1.12² zelenu liniju predstavlja fizička površina Zemlje, narančasta referentni Zemljin elipsoid, a plavu geoid. H je ortometrijska visina, h elip-

²Izvor:<http://www.esri.com>



Slika 1.13: Osnovne značajke horizontalnog (referentni elipsoid) i vertikalnog datuma (geoid)

soidna visina dok je N visina geoida (undulacija geoida).

Poglavlje 2

Nivelman

Plan ili karta dati će potpunu sliku terena ako na njima osim horizontalnih odnosa – situacije, dobivene izmjerom detalja u horizontalnom smislu budu predstavljeni i visinski odnosi terena – konfiguracija.

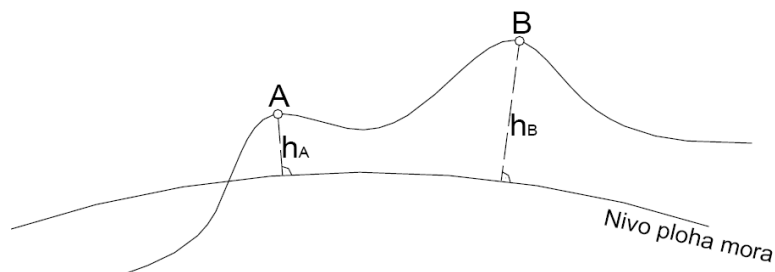
Visinski odnosi na terenu mogu se prikazati na planu na nekoliko načina:

- pomoću kota
- pomoću izohipsa ili slojnice
- kombinacijom dva prethodna načina

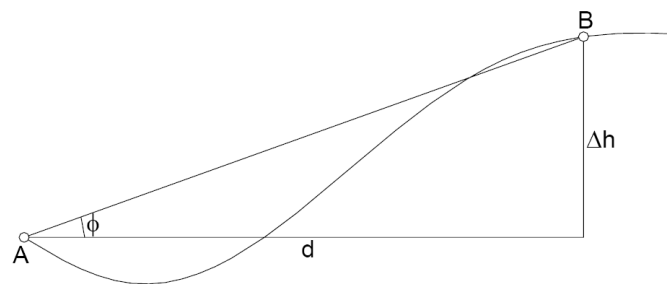
Osnova za svaki od ovih načina su na terenu određene visine točaka tj. vertikalne udaljenosti terenskih točaka od neke početne unaprijed zadane plohe.

Početna ploha od koje se uzimaju vertikalne udaljenosti ili kraće visine točaka je nivo ploha mora, a vertikalne udaljenosti od te nivo plohe nazivaju se apsolutnim visinama točaka ili nadmorskim visinama.

Nivo ploha mora je zamišljena ploha koja bi se dobila ako bi se srednji vodostaj mirnog mora provukao ispod svih kontinenata. Ta ploha je okomita na smjer sile teže, a potencijal sile teže je po nivo plohi mora konstantan.



Slika 2.1: Koncept nivelmana



Slika 2.2: Trigonometrijsko mjerenje visina

Nadmorske visine h_A i h_B biti će vertikalne udaljenosti pojedinih točaka A i B od nivo plohe mora. Visinska razlika između dviju točaka je razlika njihovih apsolutnih ili nadmorskih visina.

Visine pojedinih točaka obzirom na nivo plohu položenu kroz neku proizvoljnu točku nazivaju se relativnim visinama.

Određivanje apsolutnih visina pojedinih točaka svodi se na postepeno određivanje visinskih razlika tih točaka od neke početne točke, tzv. normalne točke čija je apsolutna visina određena direktnim mjerenjem.

Određivanje apsolutne visine normalne točke vrši se dužim opažanjem razine mora posebnim uređajem koji se zove mareograf.

Naš visinski sustav vezan je za normalnu točku u Trstu na molu "Sartorio" gdje ona leži 3.3520m iznad srednje razine mora.

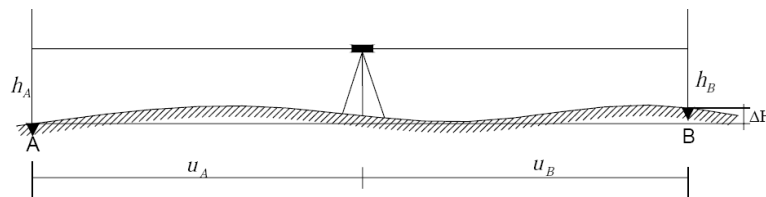
Visinske razlike se mogu odrediti na pet načina:

- Trigonometrijskim mjerenjem visina
- Nivelmanom
- Barometrijskim mjerenjem visina
- Hidrostatskim nivelmanom
- Satelitskom metodom – GPS mjerenja

Uz pretpostavku da su dvije točke A i B tako blizu, da se nivo ploha AB' između njih može smatrati ravninom (slika 2.2) najjednostavnije će se visinska razlika Δh dviju točaka dobiti iz njihove međusobne udaljenosti d i vertikalnog kuta φ pod kojim se one dogledaju, jer je $\Delta h = d \tan \varphi$. Neposrednim mjerenjem tih elemenata dobivaju se visinske razlike kod trigonometrijskog mjerenja visina.

Dužina i kut će biti opterećeni srednjim pogreškama m_d i m_φ pa će biti opterećena i visinska razlika:

$$d\Delta h = \tan \varphi \cdot d_d + \frac{d}{\cos^2 \varphi} d\varphi$$



Slika 2.3: Geometrijski nivelman

odnosno

$$m_{\Delta h}^2 = \tan^2 \varphi \cdot m_d^2 + \left(\frac{d}{\cos^2 \varphi}\right)^2 m_\varphi^2$$

Kada je $\varphi = 0^\circ$ vrijedi: $m_{\Delta h} = d \cdot m_\varphi$ što znači da je tada rezultat najtočniji, odnosno kada je vizura horizontalna.

Metoda određivanja visinskih razlika horizontalnom vizurom naziva se nivelman. Ako na letvama postavljenim u točkama A i B (slika 2.3) podjela počinje od terena te ako se na njima očitaju mjesta h_A i h_B na kojima ih presijeca horizontalna vizura nivelira iz ovih veličina dobit će se visinska razlika točaka A i B jednostavnom formulom:

$$\Delta h = h_B - h_A$$

Za sve geodetske radove unaprijed se mora odrediti točnost određivanja visinskih razlika, a zatim odabrati odgovarajuću metodu.

Najveća točnost se može osigurati geometrijskim nivelmanom. Točnost može biti i veća od 1mm/1km. Nakon njega ide hidrostatski nivelman kojim se može također postići visoka točnost. Trigonometrijsko mjerenje visina pod određenim uvjetima može također dati dobre rezultate.

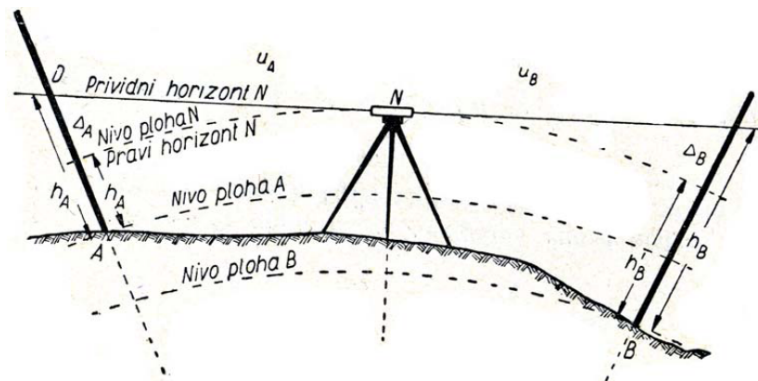
Barometrijskim nivelmanom ostvaruje se najmanja točnost određivanja visinskih razlika koja ne može zadovoljiti ni najgrublje geodetske potrebe. Zato se barometrijski nivelman koristi vrlo rijetko u izuzetnim slučajevima.

2.1 Geometrijski nivelman

Geometrijski nivelman je određivanje visinskih razlika pomoću horizontalne vizure, a instrument koji se koristi je nivelir čiji se durbin može okretati samo oko vertikalne osi, a kolimacijska os je postavljena u horizontalan položaj automatski ili pomoću nivelmanske libele na durbinu.

Iz očitavanja $\Delta h = h_B - h_A$ odnosno $\Delta H = \text{zadnja} - \text{prednja}$

Visinska razlika dviju točaka je razlika njihovih vertikalnih udaljenosti od nivo plohe mora, ili što je isto vertikalna udaljenost između nivo ploha položenih kroz te dvije točke. Uz pretpostavku da su nivo plohe kroz te točke



Slika 2.4: Nivo plohe kod geometrijskog nivelmana

paralelne i da je Zemlja kugla kod nivelmana će nastati slučaj prikazan na slici 2.4.

Geometrijskim nivelmanom (pomoću horizontalne vizure) se određuju visinske razlike između dviju točaka na fizičkoj površini zemlje. Horizontalnost vizure ostvaruje se pomoću nivelira.

Odredi se visinska razlika na osnovu razlike čitanja podjele letava.

Kako je prema definiciji visinska razlika između točaka A i B vertikalna udaljenost između nivo-ploha položenih kroz te dvije točke pa će iz slike 2.4 biti:

$$\Delta h = h'_B - h'_A$$

Nivelirrom se međutim na letvama dobivaju očitavanja h_A i h_B . Razlike

$$\Delta_A = h_A - h'_A$$

$$\Delta_B = h_B - h'_B$$

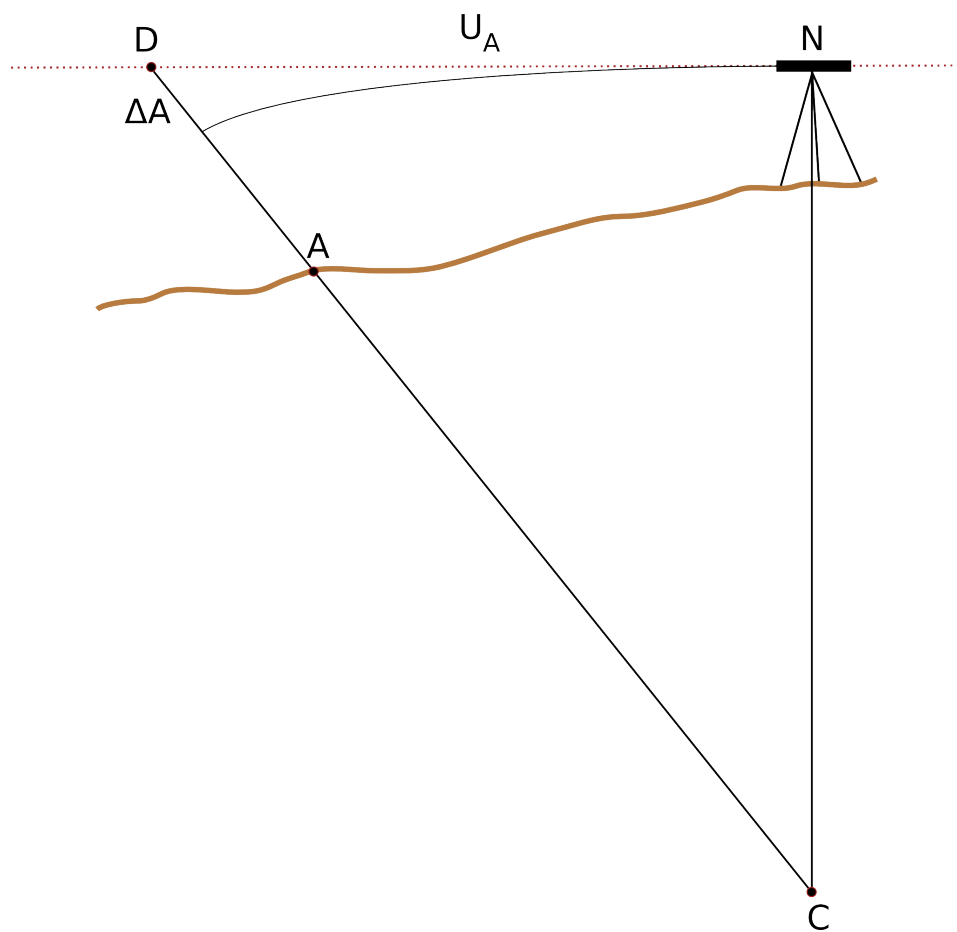
bit će međusobno jednake ukoliko su udaljenosti letvi u_A i u_B od instrumenta jednake. U tom slučaju dobit će se prava visinska razlika između točaka A i B iz očitavanja na letvama:

$$\Delta h = h_B - h_A$$

bez obzira na zakrivljenost nivo-ploha. Pogreška δ , koja nastaje uslijed zakrivljenosti Zemlje i nejednako udaljenosti letava, odredit će se iz trokuta CND 2.5.

$$(R + \Delta A)^2 = R^2 + u_A^2$$

$$R + \Delta A = R \sqrt{1 + \frac{u_A^2}{R^2}}$$



Slika 2.5: Pogreška uslijed zakrivljenosti Zemlje

Ako se desna strana razvije u red potencija bit će

$$R + \Delta A = R \left(1 + \frac{u_A^2}{2R^2} - \frac{u_A^4}{8R^4} + \dots \right)$$

Ako se odbace članovi četvrte i više potencije vrijedi

$$R + \Delta A = R \left(1 + \frac{u_A^2}{2R^2} \right)$$

ili konačno:

$$\Delta A = \frac{u_A^2}{2R}$$

i analogno

$$\Delta B = \frac{u_B^2}{2R}$$

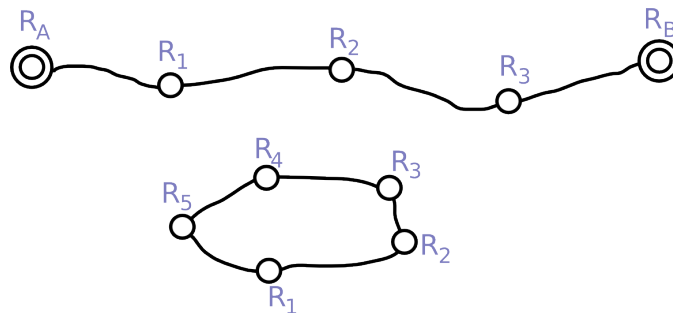
Pogreška zakrivljenosti Zemlje koja će nastati uslijed nejednake udaljenosti letava bit će:

$$\delta = \frac{u_A^2}{2R} - \frac{u_B^2}{2R} = \frac{(u_A + u_B)(u_A - u_B)}{2R}$$

Njen utjecaj će za vrijednosti $u_A = 50m$ i $u_B = 80m$ te $R = 6370000m$ biti $\delta = 0.3059mm$.

2.1.1 Dioba geometrijskog nivelmana

Za vertikalno snimanje nekog terena tj. za određivanje apsolutnih visina dovoljno velikog broja točaka na terenu, potrebno je najprije na tom terenu odrediti visine izvjesnog niza stabiliziranih točaka, analogno kao što su se u horizontalnoj izmjeri odredile koordinate trigonometrijskih i poligonskih točaka.



Slika 2.6: Obostrano priključen nivelmanski vlak i zatvoreni nivelmanski vlak

Stabilizirane točke, kojima je određena apsolutna visina, nazivaju se **reperi**. Pri određivanju visina reperi se povezuju u neke tipične forme, i to u obostrano priključene nivelmanske vlakove ili u zatvorene nivelmanske poligone (slika 2.6). Obje ove forme služe za pojedinačno određivanje visina repera, dok se za sistematsko određivanje cijelog niza repera razasutih po terenu kojeg treba vertikalno snimiti razvijaju nivelmanske mreže sastavljene od vlakova i zatvorenih nivelmanskih poligona. Kao kod triangulacije tako i kod nivelmana, ne određuju se sve visine odjednom, nego se nivelmanski vlakovi i mreže dijele obzirom na točnost i izjednačenje na nekoliko redova tako da se preciznim mjerenjima odrede visine izvjesne mreže repera kao osnovne. U nju se uklapaju vlakovi i mreže nižih redova.

Po svrsi nivelman se dijeli na:

1. generalni kojim se određuju visine repera
2. detaljni, kojim se sa repera generalnog nivelmana neposredno određuju visine karakterističnih detaljnih točaka

Vrsta nivelmana	Standardno odstupanje / 1km	Način niveliranja visinskih razlika
precizni nivelman visoke točnosti	$\pm 1mm$	2 x (naprijed i natrag)
precizni nivelman	$\pm 2mm$	2 x (naprijed i natrag)
tehnički nivelman povećane točnosti	$\pm 5mm$	2 x naprijed
tehnički nivelman	$\pm 8mm$	1 x naprijed

Tablica 2.1: Točnost geometrijskog nivelmana

Po točnosti se nivelman dijeli na:

1. precizni nivelman visoke točnosti (nivelman 1. reda)
2. precizni nivelman (nivelman 2. reda)
3. tehnički nivelman povećane točnosti (nivelman 3. reda)
4. tehnički nivelman (nivelman 4. reda)

Detaljni nivelman se obzirom na objekt snimanja dijeli na:

1. Plošni nivelman
2. Nivelman profila

Obzirom na način dovođenja vizurne osi nivelira u horizontalan položaj razlikujemo dvije vrste nivelira:

- niveliri sa cijevnom libelom
- niveliri s kompenzacijskim uređajem

Niveliri sa većom osjetljivošću libele moraju imati durbine sa većim povećanjem i obrnuto.

2.1.2 Ispitivanje i rektifikacija nivelira i pribora

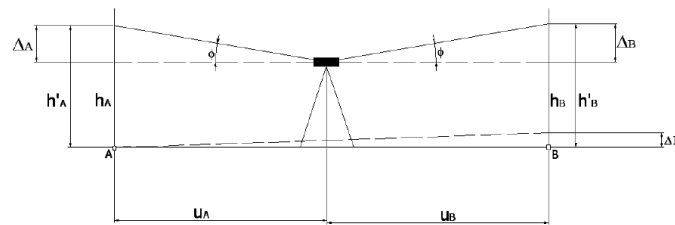
Nivelir mora zadovoljavati određene uvjete u cilju određivanja točne visinske razlike. Ti uvjeti su sljedeći:

1. Vertikalna os mora biti u prostoru vertikalna
2. Kolimacijska os mora biti paralelna s glavnom tangentom libele odnosno mora biti horizontalna u prostoru

3. Horizontalna nit nitnog križa treba biti horizontalna u prostoru
4. Ispitivanje nule letve
5. Ispitivanje vrijednosti skale mikrometra

Ad 1) Vertikalnu os dovodimo u vertikalni položaj postupkom horizontaliranja instrumenta, što zahtjeva prethodno ispitivanje dozne ili nivelacione libele.

Ad 2) Kolimacijska os u prostoru mora biti horizontalna. Ovaj uvjet provjeravamo pomoću niveliranja iz sredine i s kraja. To postizemo kad poznamo pravu visinsku razliku koju odredimo kad je instrument točno u sredini.

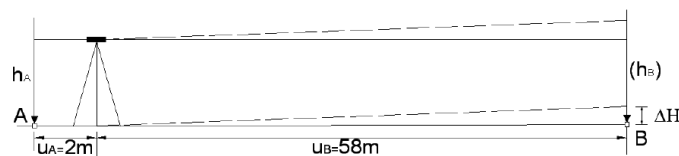


Slika 2.7: Niveliranje “iz sredine”

$$u_A = u_B = 25 \text{ do } 30 \text{ m}$$

Ako je $u_A = u_B$, tada je $\Delta_A = \Delta_B$ pa je:

$$\Delta H = h_B - h_A$$



Slika 2.8: Niveliranje “s kraja”

$h_B = h_A + \Delta H$ je pravo očitavanje na letvi, koje se namjesti pomicanjem nitnog križa.

Ad 3) Horizontalna nit nitnog križa mora biti u prostoru horizontalna. Ovaj uvjet ispitujemo tako da se horizontalnom niti uvizira neka točka na letvi, te se durbin vijkom za fino pomicanje alhidade pokreće u horizontalnom smjeru. Ako horizontalna nit po cijeloj svojoj duljini pogađa istu točku

znači da je nit horizontalna u prostoru, ako ne zaokrene se nitni križ pomoću korekcijskih vijaka.

Ad 4) Ispitivanje nule letve izvodi se tako da se na približno ravnom terenu na udaljenosti od oko 20 m od instrumenta, zabije kolac ili postavi papuča.

Postavi se letva A i očita lijeva i desna podjela, zatim se skine letva A, postavi letva B i opet očita lijeva i desna podjela.

Ako su očitavanja na letvama A i B ista, letve su kompatibilne, odnosno ne postoji pogreška nule letve. U koliko se čitanja na letvama A i B razlikuju, znači da postoji pogreška nule letve. Takvu pogrešku moramo eliminirati iz rezultata mjerenja tako da niveliranje nivelmanske strane izvršimo s parnim brojem stajališta. Ako smo niveliranje izveli s neparnim brojem stajališta, tada konačnu visinsku razliku koju smo dobili niveliranjem, moramo popraviti za pogrešku nule letve.

Ad 5) Ispitivanje vrijednosti skale mikrometra izvodimo tako da na udaljenosti od oko 10 m od instrumenta postavimo milimetarsko ravnalo. Na skali mikrometra namjestimo vrijednost 0 (nula) i očitamo položaj niti nitnog križa na ravnalu. Zatim okrenemo mikrometar za puni iznos, odnosno za vrijednost 100 (10) i očitamo položaj niti na ravnalu. Ako je razlika ova 2 očitavanja 5 mm, što znači da je ukupna vrijednost skale mikrometra 1/2 cm pa će se za takav nivelir koristiti polucimetarska letva, a ako je razlika 10 mm, koristit će se centimetarska letva.

Kod nivelira kod kojeg se koristi polucimetarska letva, na letvi se izravno čitaju polumetri, poludecimetri i polucimetri, a na mikrometru polumilimetri i desetinke polumilimetara, a procjenjivamo stotinke polumilimetara. Npr:

letva	mikrometar
234	321

Čitanje u metrima bit će:

$2.34321:2=1.171605$ m

Konstanta letve Letve za precizni nivelman imaju dvije podjele koje su nanosene na invarsku traku koja je napeta na dva kraja letve. Jedna podjela počinje od kraja letve, a druga je pomaknuta za stanoviti iznos koji se naziva konstanta letve. Dvije podjele postoje zbog povećanja točnosti i eliminiranja pogreške gibanja stativa i papuča na kojima stoje letve. Dakle, konstanta letve je razlika čitanja između lijeve i desne podjele.

2.1.3 Detaljni nivelman

Poslije provedenog generalnog nivelmana dobiven je na terenu niz stabiliziranih točaka – reperi – čije su apsolutne visine određene generalnim nivelmanom. Ti će reperi biti okosnica detaljne visinske izmjere odnosno na njih će se nasloniti detaljna visinska izmjera. Detaljna visinska izmjera se sastoji u tome, da se bilo kojom metodom na terenu odrede visine dovoljnog broja točaka, kojima će taj teren biti u vertikalnom smislu vjerno predstavljen.

Prilikom snimanja detalja ortogonalnom metodom dobiju se samo podaci za horizontalni položaj detaljnih točaka. Podaci za vertikalnu predstavu terena prikupljaju se naknadno.

Postupak koji se primjenjuje za određivanje nadmorskih visina detaljnih točaka koje karakteriziraju teren u visinskom smislu, naziva se **detaljni nivelman**.

Detaljni nivelman primjenjuje se za određivanje vertikalne predstave terena koji je snimljen ortogonalnom metodom i prilikom izgradnje raznih objekata (prometnica, kanala, sportskih terena, aerodroma i sl.).

Ova metoda je svrsishodna za određivanje nadmorskih visina u ravnim i blago nagnutim terenima, a za detaljnu visinsku izmjeru u brdovitom terenu koristi se tahimetrija.

2.1.3.1 Tijek niveliranja

Detaljni nivelman se mora vezati na repere. Dakle, niveliranje počinje od datog repera kojeg treba snimiti. Pomoćnik grupe odabire mjesto za postavljanje instrumenta, tako da se može dobro čitati letva na reperu i da dužina vizure ne pređe maksimalno dozvoljenu udaljenost. Maksimalna udaljenost do veznih točaka u gradu je 100m, a izvan grada 120m.

Stajališta između dva repera označavaju se arapskim brojevima od 1 pa dalje, a vezne točke malim slovima abecede. Na vezne točke u mekom terenu postavljaju se papuče, a na asfaltiranom ili tvrdom terenu izbočeni kamen.

Prvo se čita letva na reperu, zatim na veznoj točki na milimetar točno, pri tome libela mora obavezno vrhuniti. Udaljenost se mjeri gornjom i donjom niti samo za vezne točke.

Detaljne točke se numeriraju od 1 do 999, a brojevi moraju biti isti na skici i zapisniku, što se provjerava nakon svakih 10 snimljenih točaka.

U ravničarskim terenima za mjerilo 1:500 i 1:1000 razmak između detaljnih točaka je do 30m, odnosno potrebno je da teren između susjednih točaka ima jednoličan pad.

Kada je završeno niveliranje svih detaljnih točaka s tog stajališta uzima se završna vizura na prednju veznu točku, pa se time kontrolira nepomičnost instrumenta. Najveća razlika između očitavanja na tu letvu na početku i na kraju rada na stajalištu treba biti unutar 2-3 mm.

Ako je razlika veća, niveliranje se mora ponoviti. Da se ne bi moralo

ponavljati cijelo stajalište, potrebno je tijekom rada izvršiti kontrolno čitanje na jednu od veznih točaka.

Detaljni nivelman se završava na nekom susjednom reperu, a ako je on daleko može se završiti i na istom sa kojeg se krenulo. Ovdje se jasno razlikuju dvije metode niveliranja.

Niveliranje iz sredine Instrument se postavlja u sredinu i od njega na istoj udaljenosti biraju se i postavljaju vezne točke, a očitavanja se vrše na mm. Ovaj dio potpuno je isti kao u generalnom nivelmanu, pa je to u suštini generalni nivelman. Na osnovu ovih podataka računaju se visine veznih točaka na isti način kao što se računaju visine repera.

Niveliranje s kraja Pošto su pročitane podjele letava na veznim točkama vrši se niveliranje detaljnih točaka. Pri tome je nivelir u odnosu na detaljne točke postavljen s kraja, a letva se čita na cm. Računanje nadmorskih visina detaljnih točaka slijedi nakon određenih visina veznih točaka. Ovaj dio niveliranja i računanja je u stvari detaljni nivelman. Prekid se može napraviti na nekoj veznoj točki koja je dobro definirana. Važno da je stabilna u visinskom smislu i da se idućeg dana može sa sigurnošću identificirati.

2.1.3.2 Podjela detaljnog nivelmana

Detaljni nivelman i nivelman uopće je skup terenskih i uredskih radova na osnovu kojih se dolazi do nadmorskih visina točaka. Pri tome se mogu odrediti visine stalnih geodetskih točaka ili točaka terena.

Određivanjem visina stalnih geodetskih točaka (repera) bavi se generalni nivelman.

Na osnovu nadmorskih visina repera ne može se sagledati izgled terena (konfiguracija), ali su one neophodne da bi se moglo doći do nadmorskih visina točaka terena.

Obzirom na način izvođenja, detaljni nivelman se dijeli na:

- detaljni nivelman površine (plošni nivelman)
- detaljni nivelman linija (nivelman profila)

Detaljni nivelman površine Detaljni nivelman površine (plošni nivelman) služi za određivanje nadmorskih visina detaljnih točaka koje karakteriziraju određenu površinu terena u visinskom pogledu. Horizontalni položaji točaka moraju biti ranije određeni. Ovisno o tome na koji način je određen položaj točaka u horizontalnom pogledu (kao podloga za detaljni nivelman), detaljni nivelman površine se dijeli na:

- Detaljni nivelman rasutih točaka

- Detaljni nivelman po pravcima
- Detaljni nivelman pravilnih figura

Detaljni nivelman rasutih točaka Detaljni nivelman rasutih točaka služi za određivanje vertikalne predstave terena koji je prethodno snimljen ortogonalnom metodom. Visinska predstava terena dobija se preko kota detaljnih točaka koje karakteriziraju teren u visinskom smislu. Snimaju se samo one točke koje su karakteristične u visinskom smislu, dakle ne snimaju se sve točke koje su snimljene ortogonalom. Kao podloga za izvođenje detaljnog nivelmana služi skica snimanja detalja ortogonalnom metodom. Podaci vezani za izvođenje detaljnog nivelmana upisuju se plavim tušem.

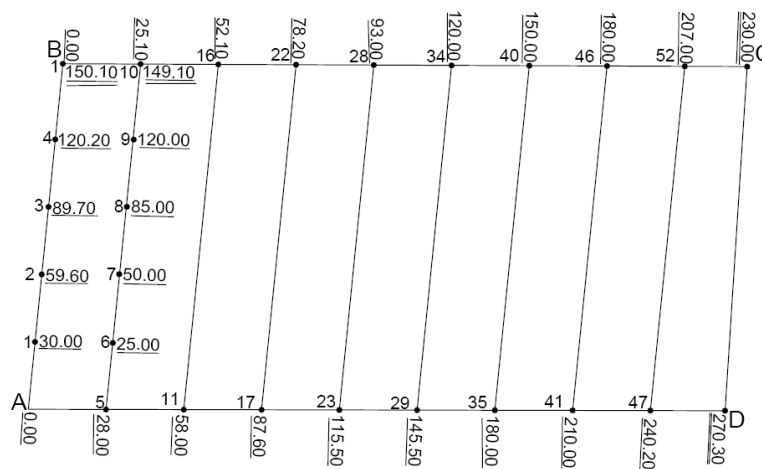
Ako neka točka karakteristična u visinskom smislu nije snimljena ortogonalom, tada se za njeno prikazivanje u horizontalnom smislu moraju uzeti podaci, obično se to radi po liniji između dvije snimljene točke ortogonalom ili na produžetku pravca itd. Mjere se uzimaju na decimetar točno, pošto točke koje karakteriziraju teren u visinskom smislu nisu strogo fiksne.

Radnu grupu čine: dva stručnjaka i 2-3 figuranta. Pribor za detaljni nivelman sastoji se od:

1. Nivelira, dobro i savjesno ispitanog
2. Para nivelmanskih letava. Podjela na letvama treba biti izvedena na isti način. U protivnom različito izvedena podjela zamara stručnjaka i usporava rad.
3. Para nivelmanskih papuča
4. Suncobrana
5. Vrpce
6. Zapisnika za detaljni nivelman
7. Podloge (skice) za registriranje detaljnog nivelmana

Detaljni nivelman po pravcima Provodi se tamo gdje je potrebno dobiti visinsku predstavu za neke snimljene velike parcele. Po snimljenoj parceli postavlja se niz pravaca čije udaljenosti ne smiju biti veće od 30-50m i moraju biti u smjeru najvećeg pada, a na ravnom terenu paralelni ili okomiti na jednu međnu liniju (slika 2.9).

Točke A, B, C i D su snimljene točke na osnovu kojih je parcela definirana u horizontalnom smislu. Na pravcima AD i BC umjerimo apscisno krajnje točke pravaca (točke 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 10, 16, 22, 28, 34, 40, 46, 52).



Slika 2.9: Detaljni nivelman po pravcima

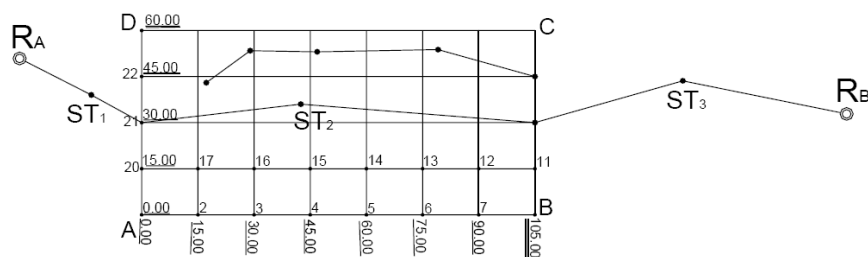
Na osnovu apscisnih odmjeranja mogu se na planu nanijeti ove točke, a na terenu se one označe trasirkama i između tih trasirki se vrši niveliranje. Pored niveliranja istovremeno se apscisno vrpcom čitaju udaljenosti između detaljnih točaka na tom pravcu.

Detaljni nivelman pravilnih figura Detaljni nivelman površine metodom pravilnih figura primjenjuje se kada je potrebno određeni teren poravnati prilikom izgradnje sportskih terena, aerodroma i sl.

Teren koji je potrebno detaljno iznivelirati mora se prethodno običi i upoznati s njegovim granicama.

Pravilne figure predstavlja najčešće mreža kvadrata, a rjeđe mreža pravokutnika ili trokuta.

Prije niveliranja mreža kvadrata se najprije iskolči instrumentom i označe kolcima npr. 4x4x30cm.



Slika 2.10: Detaljni nivelman pravilnih figura

Na točki A centrira se instrument i na udaljenosti od 10, 15 ili 20m iskolče točke 2, 3, 4, ... i zabiju se kolci, zatim okrene durbin za 90° i u smjeru točke D iskolče točke 20, 21, 22 ... na istoj udaljenosti.

Zatim se instrument premjesti na točku B pa se na isti način iskolče i obilježe tjemena kvadrata na pravcu BC. Za kontrolu udaljenost CD mora biti ista kao i AB. Ostala tjemena iskolčiti ćemo utjerivanjem u pravac od oka i mjerenjem udaljenosti. Niveliranje počinje i završava na reperu.

Na osnovu rezultata niveliranja izračunaju se nadmorske visine svih kolca, a iz projekta se zna koliko ona treba biti.

Iz tih podataka izračuna se visinska razlika između visine kolca i projektirane visine terena, odnosno može se izračunati koliko se kod pojedinog kolca treba nasipati ili iskopati zemlje.

Pored svakog kolca zabije se jedna daščica na kojoj piše vrijednost nasipanja sa znakom + i vrijednost iskopa sa znakom – (vrijednost na projektu je *treba*, a vrijednost na terenu je *ima*).

Detaljni nivelman linija (nivelman profila) Detaljni nivelman linija služi za određivanje nadmorskih visina detaljnih točaka, po osi komunikacije (trasa puta, željezničke pruge, dalekovoda, vodovoda, kanalizacije itd.) i u uskom području oko nje.

Dijeli se na:

- Detaljni nivelman uzdužnog profila
- Detaljni nivelman poprečnih profila

Detaljni nivelman uzdužnog profila služi za određivanje nadmorskih visina detaljnih točaka na osi komunikacije, a detaljni nivelman poprečnih profila za visinsku predstavu terena detaljnih točaka okomitih na os trase, u uskom pojasu oko komunikacije.

Detaljni nivelman uzdužnog profila Uzdužni profil terena (komunikacije) je presjek terena (komunikacije) vertikalnom ravninom koja sadrži os komunikacije.

Os komunikacije položena na terenu ili nacrtana na planu naziva se trasa komunikacije.

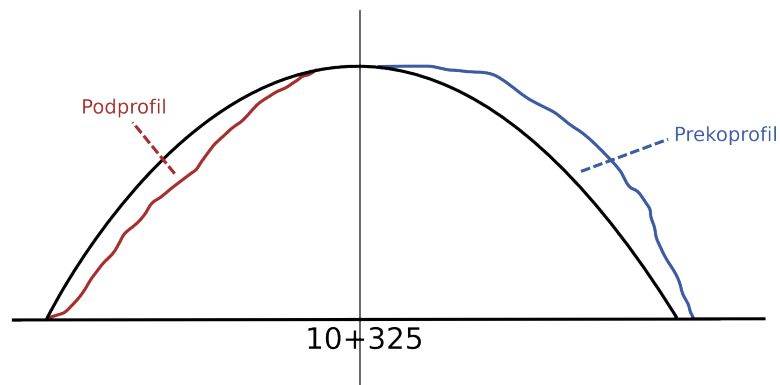
Trasa se sastoji od pravaca koji se sijeku u tjemenu T. Kod svih tjemena između pravaca umeću se krivine određenog radijusa.

Pravci prelaze u krivine u početku krivine PK i na kraju krivine KK. Trasa se prenosi na teren na osnovu izračunatih koordinata ovih točaka. Postavlja se operativni poligon. Tjemena se stabiliziraju trajnim oznakama (kamenom), a ostale točke kolcima.

Detaljni nivelman poprečnih profila Uzdužni profil daje informaciju o terenu uzduž trase, a za kompletnu sliku terena potrebno je izvršiti detaljno niveliranje poprečnih profila.

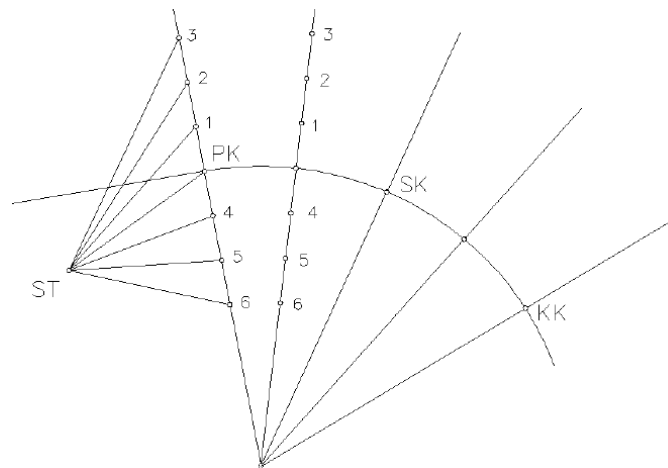
za svaku izdabranu (karakterističnu) točku očita se daljinomjerom dužina i visinska razlika, Time je položaj detaljnih točaka na poprečnom profilu određen u horuzontalnom i visinskom pogledu.

Ovako izmjereni poprečni profil i izračunata njegova površina je temelj za izračun količina ukupnog iskopa kao i razlike izvedenog stanja i onog koji je zadan u projektu. Te razlike nazivaju se prekoprofil i podprofil.



Slika 2.13: Poprečni profil s prekoprofilom i podprofilom

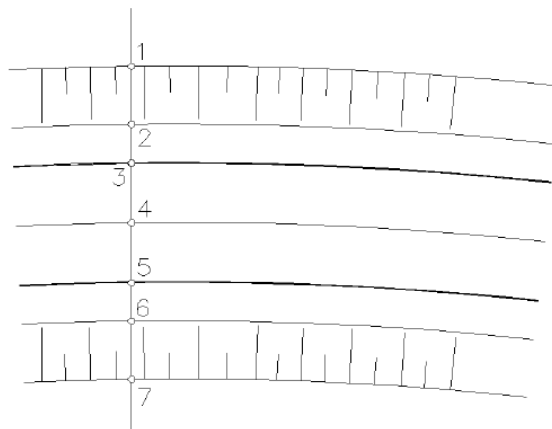
Ovisno o površini poprečnog profila tunela odabire se odgovarajuća geodetska metoda mjerenja, instrumentarij i pribor odgovarajuće preciznosti.



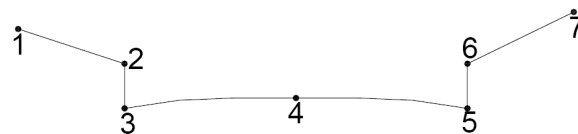
Slika 2.14: Položaj profila u krivini

2.1.4 Računanja u detaljnom nivelmanu

Da bi se odredile visine detaljnih točaka računaju se nadmorske visine veznih točaka. Iz visina veznih točaka određuje se nadmorska visina vizure za svako

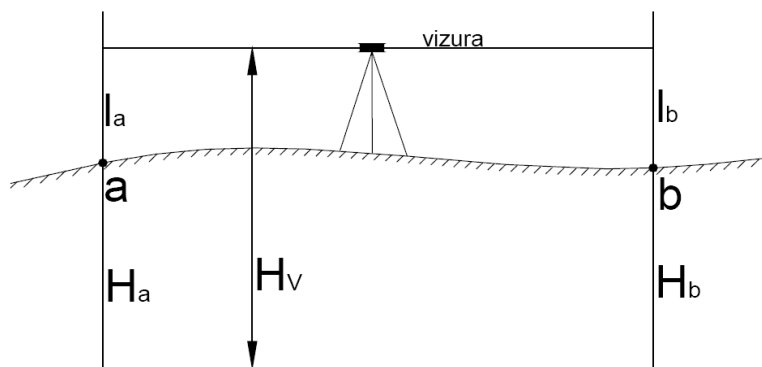


Slika 2.15: Poprečni presjek prometnice



Slika 2.16: Poprečni presjek prometnice

stajalište. Na osnovu čitanja na detaljnoj točki i nadmorske visine vizure dobije se visina detaljne točke.



Slika 2.17: Visine u detaljnom nivelmanu

2.1.4.1 Računanje veznih točaka

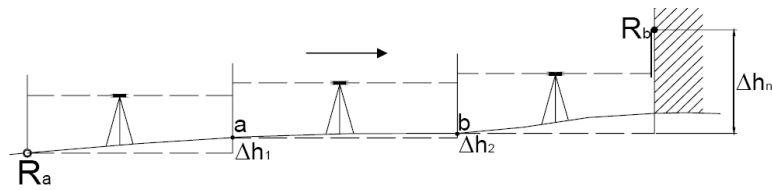
Vezne točke imaju ulogu repera u nivelmanskom vlaku.

$$\Delta h'_1 = z_1 - p_1$$

$$\Delta h'_2 = z_2 - p_2$$

⋮

$$\Delta h'_n = z_n - p_n$$



Slika 2.18: Računanje veznih točaka

Suma visinskih razlika dobijena niveliranjem treba biti:

$$[\Delta h'] = H_b - H_a$$

Zbog pogrešaka mjerenja to neće biti ispunjeno, nego će postojati odstupanje:

$$f_h = (H_b - H_a) - [\Delta h']$$

Ono mora biti u granicama dozvoljenog odstupanja:

$$\Delta_{f_h} = \pm 36\sqrt{U}$$

gdje je Δ_{f_h} u mm ako se U uzme u kilometrima.

Popravke visinskih razlika se računaju po formuli:

$$v_i = \frac{f_h}{[u]} u_i$$

u_i je zbroj udaljenosti od nivelira do prednje letve i od nivelira do zadnje letve.

Ovim popravkama popravljaju se visinske razlike:

$$\Delta h_1 = \Delta h'_1 + v_1$$

$$\Delta h_2 = \Delta h'_2 + v_2$$

⋮

$$\Delta h_n = \Delta h'_n + v_n$$

$$H_a = H_{R_a} + \Delta h_1$$

$$H_b = H_a + \Delta h_2$$

$$H_c = H_b + \Delta h_3$$

$$\vdots$$

$$H_{R_b} = H_n + \Delta h_n$$

2.1.4.2 Računanje nadmorske visine vizure

Iz slike 2.17 je vidljivo da je visina vizure na stajalištu jednaka nadmorskoj visini repera plus čitanje letve na reperu:

$$H_V = H_{R_a} + l_{R_a}$$

ili visina vezne točke a plus čitanje letve na njoj:

$$H_V = H_a + l_A$$

Ove dvije vrijednosti mogu se razlikovati za popravku visinske razlike. Visina vizure se zaokruži na centimetar.

Računanje detaljnih točaka:

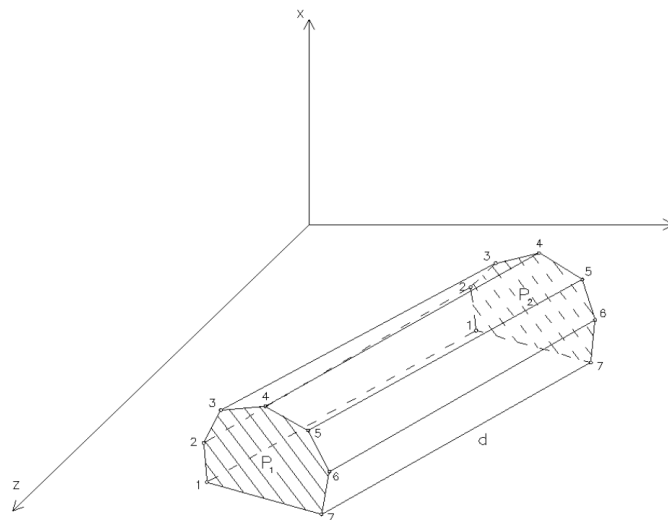
$$H_1 = H_V - l_1$$

$$H_2 = H_V - l_2$$

$$\vdots$$

$$H_n = H_V - l_n$$

H_V je nadmorska visina vizure na svakom stajalištu. Kontrola: $[n \cdot H_V - [l]]$



Slika 2.19: Kubatura tunela

Račun površina profila i kubatura iskopa Površina profila određenog sa n točaka 2.19:

$$2P = \sum_1^n y_n(x_{n-1} - x_{n+1})$$

npr. za $n=7$:

$$2P = y_1(x_7 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_4) + y_4(x_3 - x_5) + y_5(x_4 - x_6) + y_6(x_5 - x_7) + y_7(x_6 - x_1)$$

Kubatura između 2 profila koji se nalaze na međusobnoj udaljenosti d (2.19):

$$V = \frac{P_1 + P_2}{2} d$$

2.1.4.3 Postavljanje i stabilizacija nivelmanske mreže

Mreža generalnog nivelmana prije samog rada na terenu se rekognoscira i utvrđi na karti ili projektu mjesto za reper. Pri odabiranju trase nivelmanskih vlakova treba zadovoljiti sljedeće uvjete:

1. Nivelmanski vlakovi trebaju ići po što ravnijem terenu
2. Nivelmanski vlakovi trebaju ići po tvrdom i stabilnom terenu, najbolje uzduž nekih komunikacija (ceste, željeznice)
3. Vlakovi trebaju biti što kraći

4. Reperi (čija se visina određuje) trebaju biti smješteni tako da najbolje posluže svrsi za koju se postavljaju

Stalna visinska točka (reper) mora zadovoljiti sljedeće uvjete:

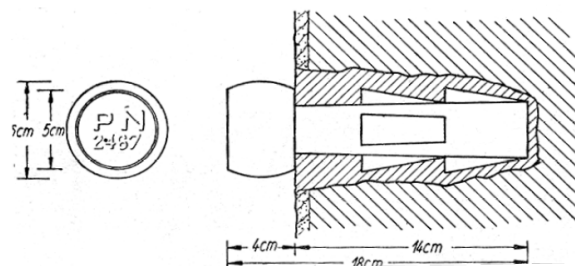
1. Da bude u visinskom smislu pouzdana tj. slobodna od svih promjena u visini uslijed bilo kakvih uzroka
2. Mora biti dobro visinski definiran, tj. da bude jasno što na reperu predstavlja visinsku točku
3. Da se na reper može lako priključiti

Prema tome gdje je reper smješten razlikuju se:

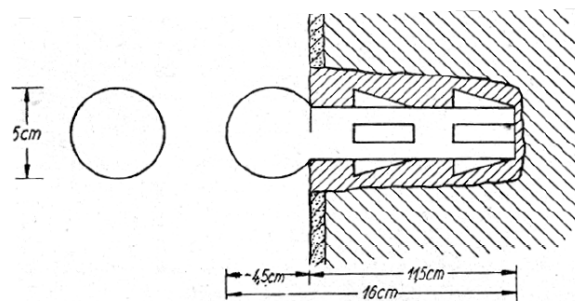
1. Reperi u objektima
2. Reperi u slobodnom terenu

Reperi se u objekte ugrađuju na dva načina:

1. Letva se na reper može direktno postaviti (niski reper)
Postavljeni su na visini 0.5m, a imaju oblik kugle.

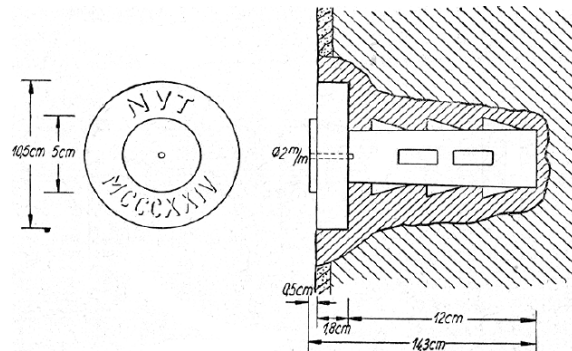


Slika 2.20: Stabilizacija niskog repera



Slika 2.21: Stabilizacija niskog repera

2. Reperi na koje se letva ne može direktno postaviti su tzv. visoki reperi. Ugrađuju se isključivo u zgrade na visini 1.2 – 1.8m iznad terena. Visina koju taj reper definira dana je sredinom rupice promjera 2mm.



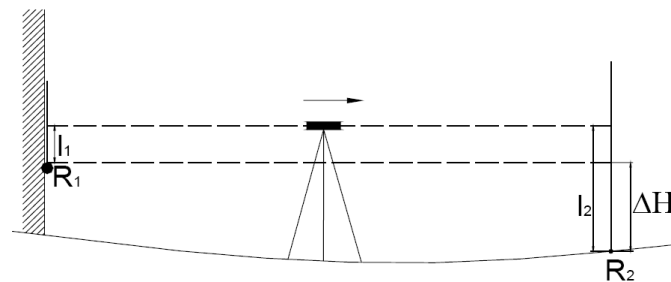
Slika 2.22: Stabilizacija visokog repera

Ako uz trasu nivelmanskog vlaka nema na potrebnom mjestu zgodnog objekta u koji bi se reper mogao ugraditi, za reper se može upotrijebiti kameni ili betonski stup, na čijoj je gornjoj površini ubetoniran vertikalno željezni reper. U stup se uz taj glavni reper ugrađuje i pomoćni reper.

Reperi se ugrađuju izvjesno vrijeme prije niveliranja.

2.1.5 Priključak na visoki reper

Često je potrebno niveliranje početi ili završiti na reperi koji se nalazi na visini 1.2m – 1.8m iznad zemlje.



Slika 2.23: Priključak na visoki reper

$$\Delta H = Z - P = l_1 - l_2 = H_{R2} - H_{R1}$$

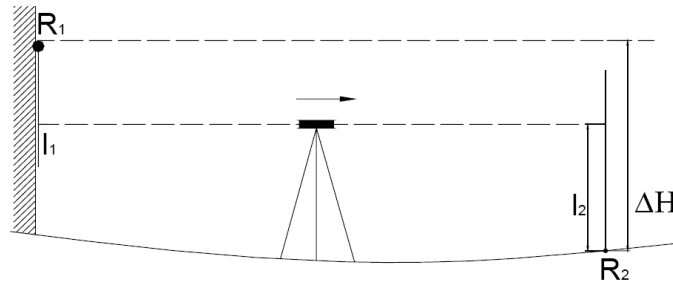
Poznato: H_{R1}

Mjereno: l_1, l_2

Traži se: H_{R2}

$$H_{R2} = H_{R1} + \Delta H$$

Ako je vizura ispod repera:



Slika 2.24: Slučaj kada je vizura ispod visokog repera

$$\Delta H = Z - P = -l_1 - l_2 = -(l_1 + l_2)$$

Ako je smjer od R_2 prema R_1 tada imamo:

$$\Delta H = Z - P = l_2 - (-l_1) = l_2 + l_1$$

2.1.6 Veza preciznog nivelmana na reper s rupicom

Kod niveliranja ponekad treba početi od repera ili završiti na reperu koji je označen s rupicom, na koji se letva ne može direktno postaviti. Ovo je čest slučaj kod repera na zgradama koji se nalaze na visini 1.5 – 1.8m od tla. Veza se izvodi pomoću lineala koji nam tada služi kao letva, a prema visini vizure imamo dva slučaja:

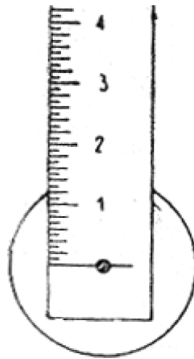
1. Vizura prolazi iznad repera
2. Vizura prolazi ispod repera

Lineal postavljamo sa nultom crticom na sredinu repera (rupice) i podjelama koje rastu prema gore ili prema dolje.

1. Neka vizura prolazi iznad rupice repera kao na slici 2.23, a instrument je npr. Wild Na2 s automatskim horizontiranjem vizurne linije pomoću kompenzatora i sa dodatnim uređajem – planparalelnom pločom kao optičkim mikrometrom.

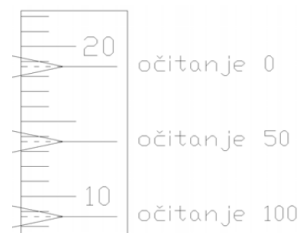
Pošto su na linealu nanoseni milimetri, a označeni centimetri, očitavanje se može izvršiti na više načina:

- (a) Postavljanjem mikrometra na očitavanja 0, 50, 100 i očitanjem lineala s procjenom desetinki milimetra.



Slika 2.25: Veza preciznog nivelmana na reper s rupicom

Očitanje mikrometra	Očitanje lineala
0	0.1087
50	0.1037
100	0.0987

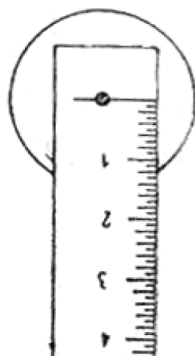


Slika 2.26: Očitanje ravnala

Pošto dužina mikrometričke skale sa 100 podjela odgovara jednom centimetru lineala, odnosno jedna podjela skale mikrometra jednaka je 0.1mm lineala. U tri slučaja u gornjoj tablici bila bi ukupna očitavanja ista, tj. očitavanja lineala plus očitavanje mikrometra je jednako 0.1087m u sva tri slučaja. Ako uklinimo 10cm na linealu, a na mikrometru očitamo 87, tada bi ukupno očitavanje bilo 0.1087m.

- (b) Koicidiranjem klina mikrometra i centimetarske crte 10, dobili bi na mikrometru očitavanje 87, pa bi ukupno očitavanje bilo 0.1087m. Dakle u oba slučaja dobivamo za rezultat očitavanja na linealu istu vrijednost. Postupak koicidiranjem bit će svakako bolji jer očitamo desetinke, a mogli bi procjenjivati i stotinke milimetra. Ovaj postupak je potpuno isti kao i kod očitavanja letve.

2. Vizura prolazi ispod rupice repera:



Slika 2.27: Očitanje ravnala kada vizura prolazi ispod rupice repera

Lineal je postavljen kao na slici. Očitavanja i ovdje možemo izvršiti na dva načina.

- (a) Postavljanjem očitavanja bubnja optičkog mikrometra na 0, 50, 100 i očitanjem lineala s procjenom desetinki milimetra.

Očitanje mikrometra	Očitanje lineala
0	0.2914
50	0.2964
100	0.3014

Ovdje zbrajamo očitavanje mikrometra i očitavanje na linealu (očitanje na linealu uzimamo s negativnim predznakom jer podjela na linealu raste prema dolje) pa za sva tri slučaja dobijemo $-0.2914m$.

- $-0.2914+0=-0.2914$
- $-0.2964+50=-0.2914$
- $-0.3014+100=-0.2914$

- (b) Koicidiranjem klina mikrometra i centimetarske podjele 30 dobili bi na bubnju mikrometra očitavanje 86, pa bi definitivno čitanje lineala i mikrometra bilo:

$$-0.3000 + 0.0086 = -0.2914m$$

Postupak pod b je točniji, to je uostalom kao i u prvom slučaju normalni postupak korištenja optičkog mikrometra za povišenje točnosti očitavanja na linealu ili letvi. Lineal je potrebno komparirati s invarnom letvom ili normalnom mjerom i po potrebi uvesti korekciju čitanja na linealu.

Ako radimo s instrumentom Zeiss Koni 007 koji koristimo s polucentimetarskom letvom, tj. skala na mikrometru odgovara jednoj podjeli letve tj. $0.5cm$ odnosno najmanja podjela mikrometra

iznosi 0.5mm. Na mikrometru čitamo polumilimetre i desetinke polumilimetara, a možemo procjenjivati i stotinke.

Ako imamo slučaj priključka na reper s rupicom, gdje ne možemo upotrijebiti polucentimetarsku letvu, koristimo se ravnalom tako da očitavanje na ravnalu prikazujemo u polucentimetrima.

Čitanje na ravnalu: 0.015

Čitanje na mikrometru: 63

Pošto skala mikrometra odgovara polucentimetarskoj podjeli pretvaramo čitanje na ravnalu u polucentimetre tj. $0.015 \cdot 2 = 0.030$.

Ako vizura ide iznad repera tada je čitanje:

$$0.030 + 0.0063 = 0.03631/2m \text{ (polumetara)}$$

Ako vizura ide ispod repera tada je čitanje:

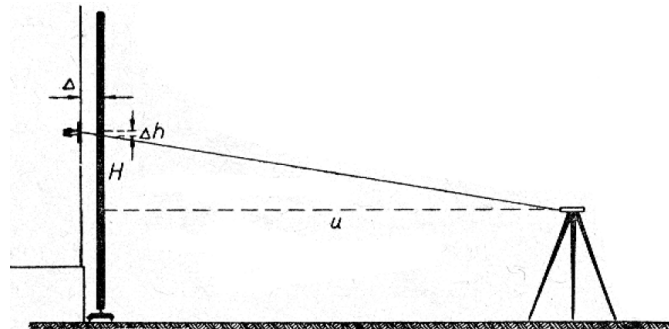
$$-0.030 + 0.0063 = -0.0237/2m \text{ (polumetara)}$$

Srednja pogreška kod Na2: $m_0 = \pm 3mm/1km$.

Srednja pogreška kod Koni007: $m_0 = \pm 5mm/1km$.

Dozvoljeno je $3m_0$.

- način - prijenos visine repera pomoću građevinske libele ili čitanjem položaja na letvi kosom vizurom



Slika 2.28: Prijenos visine čitanjem položaja na letvi kosom vizurom

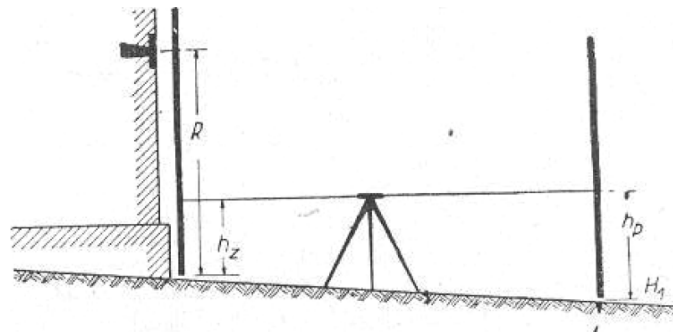
Izmjerimo: u, H, Δ . Iz sličnosti trokuta imamo:

$$H : u = \Delta H : \Delta$$

$$\Delta H = \frac{H}{u} \Delta$$

Utjecaj paralakse ΔH treba dodati čitanju ostvarenom pomoću kose vizure.

Ako ne možemo ostvariti kosu vizuru, onda visinu repera prenesemo pomoću građevinske libele.



Slika 2.29: Prijenos visine repera pomoću građevinske libele

Imamo:

- R – visina repera
- h_z – čitanje na zadnjoj letvi
- h_p – čitanje na prednjoj letvi

Ukupno čitanje za zadnjoj letvi bit će:

$$l_z = h_z - R$$

Visinska razlika će biti:

$$\Delta H = Z - P = l_z - h_p = h_z - R - h_p$$

2.1.7 Postupak niveliranja kod generalnog nivelmana

Uzrok pretežnog dijela slučajnih pogrešaka u nivelmanu je u kretanju stativa i nivelira uslijed promjene temperature zraka te u atmosferskim prilikama koje uzrokuju refrakciju vizure i titranje zraka.

Mjerenje treba izvršiti u što kraćem vremenu. Instrument i letvu treba postavljati na što čvršći teren.

S niveliranjem se može početi kroz pola sata po izlasku sunca i mora se završiti pola sata prije zalaska sunca. Vrijeme prekida traje ovisno o skali točnosti po kojoj se vrši izmjera.

Red mreže	Skala točnosti		
	prva	druga	treća
1	8:30-16	9-15	9:30-15
2	9:30-15	10-14:30	10:30-15
3	10-14	10:30-14	11-13:30

Trajanje prekida važi za sunčane dane. U oblačne dane prekid se smanjuje i to: u mreži 1. reda za 1 sat; u mreži 2. reda za 2 sata, a u mreži 3. reda niveliranje se vrši cijeli dan.

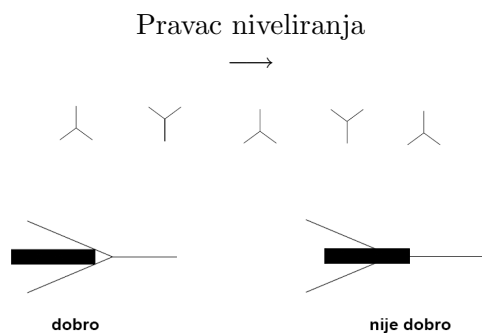
Tablica maksimalnih pogrešaka zatvaranja poligona.

Opseg poligona u km	Skala točnosti		
	1	2	3
1	2 mm	3 mm	4 mm
...			
9	6 mm	9 mm	12 mm

Očito je da su ove vrijednosti proizašle iz $2\sqrt{S}$, $3\sqrt{S}$, $4\sqrt{S}$.

2.1.7.1 Postavljanje stativa

Stativ nivelira mora se postavljati tako da dvije noge budu paralelne pravcu niveliranja, a treća se postavlja naizmjenično lijevo – desno od pravca niveliranja.



Slika 2.30: Ispravno i neispravno čitanje letvi kod preciznog nivelmana

Čitanje na letvama Redoslijed čitanja:

- na neparnim stajalištima
 - prvo čitanje: zadnja letva – prva podjela
 - drugo čitanje: prednja letva – prva podjela
 - treće čitanje: prednja letva – druga podjela

– četvrto čitanje: zadnja letva – druga podjela

• na parnim stajalištima

– prvo čitanje: prednja letva – prva podjela

– drugo čitanje: zadnja letva – prva podjela

– treće čitanje: zadnja letva – druga podjela

– četvrto čitanje: prednja letva – druga podjela

Kontrola Treba formirati razlike $z_2 - z_1$ i $p_2 - p_1$ koje moraju biti približno jednake konstanti letve.

Redoslijed čitanje je sljedeći:

1. Zadnja letva

2. Prednja letva

Promijeni se visina instrumenta i opet čita:

1. Prednja letva

2. zadnja letva

Redoslijed čitanja je ovakav da bi se smanjio utjecaj slijeganja instrumenta i papuča

1. Čitanje z_1 opterećeno pogreškom t koja nastaje zbog slijeganja

2. Čitanje p_1 opterećeno pogreškom $2t$ koja nastaje zbog slijeganja

3. Čitanje p_2 opterećeno pogreškom $3t$ koja nastaje zbog slijeganja

4. Čitanje z_2 opterećeno pogreškom $4t$ koja nastaje zbog slijeganja

Prema tome visinska razlika određena sa prvom visinom instrumenta će biti:

$$\Delta H_1 = (z_1 - p_1) + (t - 2t) = z_1 - p_1 - t$$

odnosno nakon promjene visine instrumenta:

$$\Delta H_1 = (z_2 - p_2) + (4t - 3t) = z_2 - p_2 + t$$

Definitivna visinska razlika bit će:

$$\Delta H = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2}{2} = \frac{1}{2} \{[z_1 - p_1] + [z_2 - p_2]\}$$

Na ovaj način se poništava utjecaj slijeganja instrumenta i papuča. Ovaj način je spor i koristi se kada nema drugog načina.

Umjesto ovog načina koriste se letve sa dvostrukom podjelom. Osnovna podjela počinje od početka letve pa na više, dok je druga podjela u odnosu na prvu pomaknuta za izvjesnu vrijednost koja se naziva konstanta letve.

Redoslijed čitanja letvi je sljedeći:

- zadnja letva – prva podjela, opterećena sa t
- prednja letva – prva podjela, opterećena sa $2t$
- prednja letva – druga podjela, opterećena sa $3t$
- zadnja letva – druga podjela, opterećena sa $4t$

$$\Delta H_1 = z_1 - p_1 = (z_1 + t) - (p_1 + 2t) = z_1 - p_1 - t$$

$$\Delta H_2 = z_2 - p_2 = (z_2 + 4t) - (p_2 + 3t) = z_2 - p_2 + t$$

$$\Delta H = \frac{(z_1 - p_1) - t + (z_2 - p_2) + t}{2}$$

$$\Delta H = \frac{(z_1 - p_1) + (z_2 - p_2)}{2}$$

Opravdanje za ovakav redoslijed čitanja isto je kao i kod niveliranja kad se mijenja visina instrumenta.

2.1.7.2 Utjecaj refrakcije prilikom izvođenja generalnog nivelmana

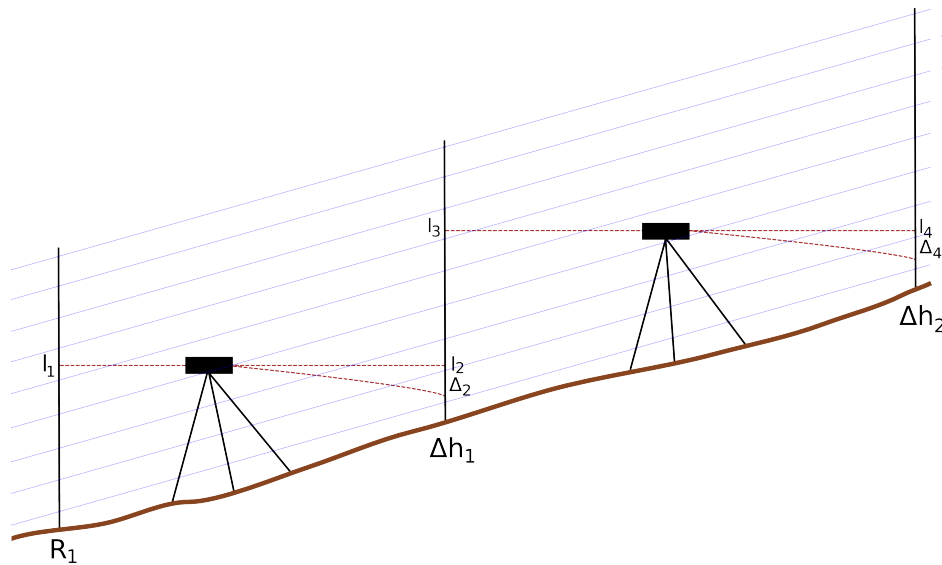
Zbog različitih gustoća zračnih slojeva neće vizura između dviju točaka prolaziti kroz atmosferu u pravcu, nego u obliku refrakcijske krivulje. Točan oblik refrakcijske krivulje nije pri mjerenju poznat radi toga što nisu poznate prilike u zračnim slojevima.

$$\Delta H'_I = l_1 - (l_1 - \Delta_2) + l_3 - (l_4 - \Delta_4) = \Delta H_1 + \Delta_2 + \Delta H_2 + \Delta_4$$

$$\Delta H'_I = \Delta H_1 + \Delta H_2 + [\Delta]$$

U drugom smjeru će biti:

$$\Delta H''_{II} = l_4 - \Delta_4 - l_3 + l_2 - \Delta_2 - l_1 = l_4 - l_3 - \Delta_4 + l_2 - l_1 - \Delta_2$$



Slika 2.31: Utjecaj refrakcije u geometrijskom nivelmanu (utjecaj refrakcije nije prikazan na lijevoj strani jer je zanemariv zbog veće visine od terena)

$$\Delta H''_{II} = \Delta H_2 + \Delta H_1 - [\Delta]$$

$$\Delta H = \frac{\Delta H'_I + \Delta H''_{II}}{2}$$

Kao što vidimo, utjecaj refrakcije se poništio. Dakle, utjecaj refrakcije eliminiramo niveliranjem iz sredine i u dva smjera.

2.1.7.3 Prekid rada

Ako se niveliranje prekida na nekoj veznoj točki, i ako postoji mogućnost onda rad treba prekinuti na privremenom reperu. Privremeni reper je tanka crtica pažljivo povučena na nekom stabilnom objektu (zidu, stupu ili sl.). Nivelman se veže na crticu potpuno isto kao i na visoki reper.

Privremeni reper može biti i neka karakteristična točka na niskom stabilnom objektu (mostu, propustu, stupu ili sl.) na koju se može postaviti letva.

Kada u blizini rada nema objekata pogodnih za privremeni reper, tada se prednja letva postavlja ne na papuču, nego na dva čvrsto zabijena kolca sa zabijenim čavlima.

Prije nastavka rada treba provjeriti da je razlika čitanja letve na oba kolca ostala ista kao i prilikom prekida rada. Ako visinska razlika nije ista tada niveliranje treba ponoviti od repera.

2.1.8 Pravila pri niveliranju

1. Niveliranje natrag mora biti potpuno neovisno od niveliranja naprijed. Zato se niveliranje natrag ne smije početi sa zadnjeg stajališta niveliranja naprijed. Niveliranje naprijed i niveliranje natrag moraju se vršiti pod različitim vanjskim uvjetima, tako da niveliranje natrag mora biti odvojeno nekoliko dana od niveliranja naprijed. Ako je jedna strana iznivelirana naprijed prije podne, onda se niveliranje natrag te strane mora izvršiti u poslijepodnevnim satima.
2. Pri niveliranju od repera do repera obavezna je zamjena letava tj. ako je pri niveliranju naprijed na tom reperi bila letva 1, kod niveliranja natrag na tome reperi mora biti letva 2.
3. Obavezno je niveliranje sa suncobranom bez obzira da se nivelira na dijelu ulice koja je u sjeni.
4. Dužine vizura moraju biti podjednake.

U nivelmanu 1. reda vjerojatna slučajna pogreška smije iznositi najviše 1mm na 1km dužine vlaka, u nivelmanu 2. reda 2mm/km, u nivelmanu 3. reda 5mm/km, a u nivelmanu 4. reda 8mm/km.

Maksimalna udaljenost letve od nivelira u sredini, pri povoljnim atmosferskim uvjetima će biti:

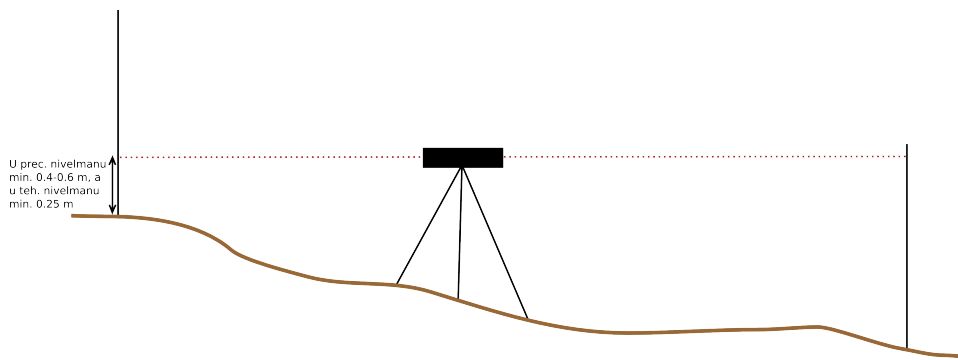
- Za precizni nivelman visoke točnosti 40 – 60m
- Za precizni nivelman 60 – 80m
- Za tehnički nivelman povećane točnosti 80 – 100m
- Za tehnički nivelman 100 – 120m

Kod nagnutog terena dužina vizure će ovisiti o nagnutosti terena. Moramo paziti da nam vizura na višoj točki ne ide preblizu terena radi naročito nepovoljnog utjecaja refrakcije u nižim slojevima zraka.

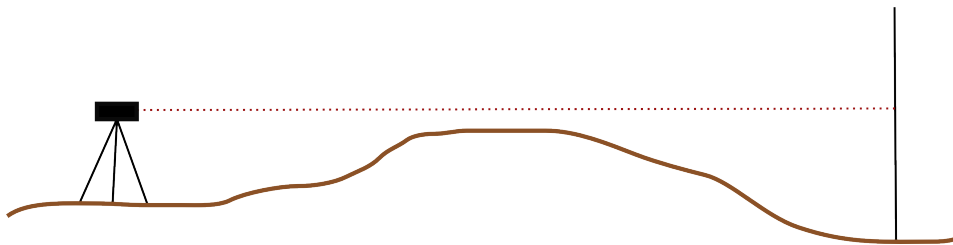
Kod detaljnog nivelmana maksimalna duljina vizure je 120m za vezne točke, a 150m za točke detalja izvan grada i 100m u gradu.

Dužine vizura u optimalnim prilikama za opservaciju (ujutro i navečer) kretat će se od 50 do 80m, a pri slabijem vremenu od 40m na više. Važno je pri tome da dužina vizure bude na jednom stajalištu do obje letve jednaka. Kao pravilo može se uzeti da razlika između dužina vizura na jednom stajalištu bude najviše:

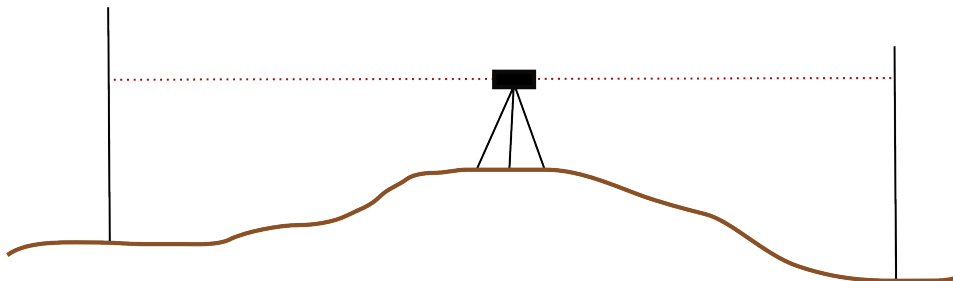
- U preciznom nivelmanu 1. reda: 0.5 do 1m
- U preciznom nivelmanu 2. reda: 1m



Slika 2.32: Uvjet visine vizure kod nivelmana radi smanjenja utjecaja refrakcije



Slika 2.33: Loše niveliranje zbog niske vizure



Slika 2.34: Dobar primjer niveliranja zbog visoke vizure

- U nivelmanu 3. reda: 1 – 2m
- U nivelmanu 4. reda: 2 – 3m

Dozvoljeno odstupanje iznosi:

$$m_{max} = \pm 3m_0\sqrt{U}$$

gdje je

- U – udaljenost repera između kojih je nivelirano

- m_0 – srednja pogreška niveliranja 1 km vlaka

Vizure moraju biti okomite na ravninu letve. Maksimalna duljina vizure ovisna je o redu mreže i skali točnosti.

Red mreže	Skala točnosti		
	prva	druga	treća
1	40 m	45 m	50 m
2	50 m	60 m	70 m
3	60 m	75 m	85 m

Tablica 2.2: Ovisnost maksimalne duljine vizure o redu mreže i skali točnosti

Letva se postavlja na papuče, a niveliranje bez papuče izričito se zabranjuje.

Teži se tome da vizura bude što više udaljena od zemlje. U tablici je navedena minimalna udaljenost vizure od zemlje.

Red mreže	Skala točnosti		
	prva	druga	treća
1	60 cm	55 cm	50 cm
2	50 cm	40 cm	35 cm
3	40 cm	30 cm	25 cm

Tablica 2.3: Ovisnost minimalne visine vizure od zemlje o redu mreže i skali točnosti

Niveliranje se vrši iz sredine, a maksimalno dozvoljene razlike u duljini vizure su:

Red mreže	Skala točnosti		
	prva	druga	treća
1	1.0 m	1.2 m	1.5 m
2	1.5 m	2.0 m	2.5 m
3	2.5 m	2.5 m	3.0 m

Tablica 2.4: Maksimalno dozvoljene razlike u duljini vizure

Kao **pribor za niveliranje** mogu se navesti: nivelir (1), nivelmanske letve (1 ili 2), podnožne papuče (2), prsteni za nivelmanske letve (2), držači letvi (2 x 2 kom) i suncobran.

2.1.9 Izvori pogrešaka pri niveliranju

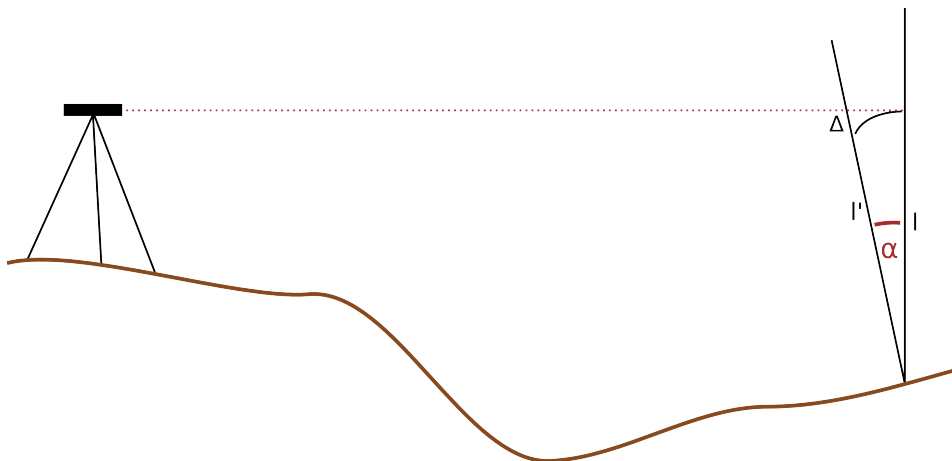
Rezultati mjerenja pri niveliranju opterećeni su pogreškama mjerenja. Veliki dio pogrešaka u niveliranju ima karakter grubih pogrešaka. Među takve spada grupa pogrešaka u očitavanju letve (za decimetar ili centimetar).

Pažnja opažača više je usmjerena na točnost milimetra pa se krivo očitaju decimetri ili centimetri.

Usljed nepažnje često se propusti navrhuniti nivelacijsku libelu. Kod nivelira sa tri niti često se događa da se pročita položaj gornje ili donje niti umjesto srednje. Neuklonjena paralaksa nitnog križa uzrokuje također grube pogreške očitavanja.

Sistematske i slučajne pogreške mogu se prema izvoru podijeliti na one koje su po svom postanku vezane za letvu, za instrument, uz atmosferske prilike i uz procjenjivanje položaja niti na letvi.

Jedna od pogrešaka vezanih za letvu je u prvom redu nevertikalno postavljanje letve.



Slika 2.35: Nevertikalno postavljanje letve

Razlika Δ između pravog očitavanja na letvi l i pogrešnog očitavanja l' će biti:

$$\Delta = l' - l = l' - l' \cos \alpha = l' \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cong l' \cdot 2 \frac{\alpha^2}{4} \cong l' \frac{\alpha^2}{2}$$

Viskom ili libelom može se letva postaviti sa pogreškom $\alpha = \pm 0.5^\circ$, a odoka sa pogreškom $\pm 2.5^\circ$.

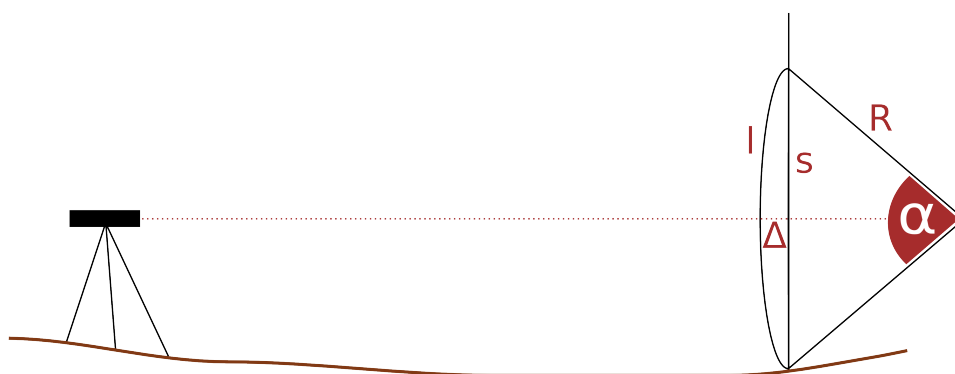
Pogreške uslijed nevertikalnosti letve su prikazane u sljedećoj tablici.

Iz ove tablice slijedi da u generalnom nivelmanu letvu u vertikalni položaj moramo postaviti pomoću libele koju prije treba rektificirati.

Letva također može biti savijena.

l'	Δ	
	$\alpha = 0.5^\circ$	$\alpha = 2.5^\circ$
1 m	0.04 m	1 mm
2 m	0.08 m	2 mm
3 m	0.12 m	3 mm
4 m	0.16 m	4 mm

Tablica 2.5: Pogreške uslijed nevertikalnosti letve



Slika 2.36: Savijanje nivelmanske letve

Umjesto prave dužine sekante s na letvi očitavamo duljinu luka l . Iz poznatog očitavanja l i odstupanja letve od pravca Δ može se izračunati pogreška očitavanja δ jer vrijedi:

$$\delta = l - s$$

$$l = R\alpha$$

$$s = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$$

Razvije li se $\sin \alpha$ u Taylorov red i zadrže samo dva člana bit će:

$$\delta = R\alpha - 2R\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{48}\right) = \frac{R\alpha^3}{24}$$

Veličina Δ je jednaka

$$\Delta = R - R \cos \frac{\alpha}{2} = R(1 - \cos \frac{\alpha}{2}) \cong 2R \sin^2 \frac{\alpha}{4}$$

Budući da je kut $\frac{\alpha}{4}$ mali kut $\sin \frac{\alpha}{4}$ se može zamijeniti lukom $\frac{\alpha}{4}$ pa vrijedi:

$$\Delta = 2R \frac{\alpha^2}{16} = R \frac{\alpha^2}{8}$$

Ako ovaj izraz napišemo u drugom obliku, dobiti ćemo vrijednost za odnosno iznos pogreške zbog savijenosti letve:

$$\Delta^2 = R^2 \frac{\alpha^2}{64} = R \frac{\alpha^3}{64} R\alpha$$

Na temelju izraza za $\delta = \frac{R\alpha^3}{24}$ može se napisati da je

$$R\alpha^3 = 24\delta$$

Ako ovo uvrstimo u gornji izraz dobit ćemo:

$$\Delta^2 = \frac{24\delta}{64} R\alpha = \frac{24\delta}{64} l$$

Proizlazi da će pogreška očitavanja δ biti:

$$\delta = l - s = \frac{64\Delta^2}{24l} = \frac{8\Delta^2}{3l}$$

Ako su npr. $l = 3m$ i $\Delta = 2cm$ vrijedit će: $\delta = 0.4mm$.

Da bi se spriječilo savijanje letve obično je ona uzduž pojačana jednim ili parom rebara.

2.1.9.1 Pogreška podjele letve

Ovdje mogu nastupiti dva slučaja. Ili je cijela podjela izvedena s većim ili manjim intervalima, tako da je cijela podjela preduga ili prekratka, pri čemu nastaje pogreška zvana pogreška metra letve ili pogreška mjerila letve. Ili su pojedine podjele međusobno različite.

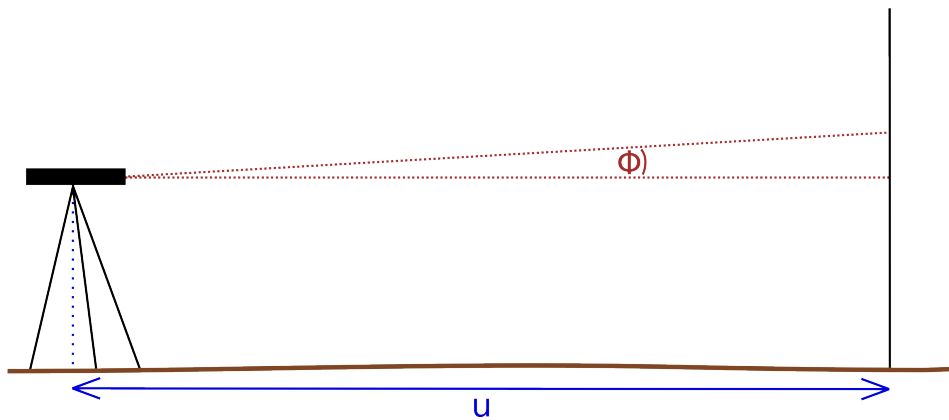
Pogreška metra letve i podjele ustanovi se kompariranjem letve. Promjena dimenzija drvene letve uslijed promjena temperature i vlage teško se izbjegava. Promjena dužine letve po 1 metru zbog promjene temperature za 1° može doseći do $\pm 0.01mm$.

Promjena dužine zbog vlage može poprimiti iznos do 0.3 mm po metru unutar jednog mjeseca rada. Ove bi se promjene mogle kontrolirati stalnim kompariranjem letve što otežava rad. Zbog toga se za precizni nivelman koriste isključivo invarske letve.

2.1.9.2 Pogreška zbog neparalelnosti kolimacijske osi

Uz instrument je redovito vezana pogreška neparalelnosti kolimacijske osi s glavnom tangantom na marku libele. Obično i poslije rektifikacije ovaj uvjet nije potpuno zadovoljen.

Ako se pretpostavi da je na niveliru libela osjetljivosti $30''$ na jedan pars, nakon rektifikacije ta paralelnost dotjerana na točnost od pola parsu, znači da i nakon rektifikacije kolimacijska os čini s glavnom tangantom kut od $15''$. Na udaljenosti od 50m ta pogreška će dati očitavanje pogrešno za iznos:



Slika 2.37: Neparalelnost kolimacijske osi nivelira s horizontalnom osi

$$\tan \varphi = \frac{\Delta}{u}$$

$$\Delta = \frac{u\varphi''}{\rho''} = \frac{50 \cdot 15''}{\rho''} = 3.6mm$$

Ova pogreška se eliminira niveliranjem iz sredine.

Među neizbježne slučajne pogreške vezane uz instrument spada netočno dovođenje libele do vrhunjenja i kretanje stativa i nivelira. Uz pretpostavku da se mjehur libele može dotjerati do vrhunjenja na točnost 1/10 parsu pri rektificiranom niveliru pogreška će biti:

$$\Delta = \frac{u\Delta\varphi''}{\rho''}$$

Za osjetljivost libele od 20'' i u = 50m biti će:

$$\Delta = \frac{50 \cdot 2''}{\rho''} = 0.5mm$$

2.2 Trigonometrijski nivelman

Točnost koju je pokazao precizni nivelman potpuno je bacila u sjenu trigonometrijski nivelman što je sasvim neispravno. Iako je generalni nivelman jedna od najtočnijih geodetskih operacija, s njim možemo dati visine razmjerno malog broja točaka – repera koji uglavnom sačinjavaju nivelmanske vlakove, a nalaze se duž prometnica. Rijetko će koja trigonometrijska točka biti zahvaćena geometrijskim nivelmanom.

Povezivanje trigonometrijskih točaka međusobno u visinskom pogledu, kao i vezivanje za repere preciznog nivelmana putem geometrijskog nivelma-

na povezano je sa silnim poteškoćama i velikim troškovima pa je praktički neizvedivo.

Pored takvih poteškoća (naročito terenskih) točnost nivelmana veoma bi se smanjila i teško da bi bila veća od one točnosti koju možemo dobiti dobrim trigonometrijskim nivelmanom.

Izvršena ispitivanja točnosti trigonometrijskog nivelmana izvedena na području bivše Jugoslavije dala su srednju pogrešku obostrano određene visinske razlike: $m_0 = \pm 3.7 \text{ cm}/1 \text{ km}$ (na osnovu 1696 obostrano opažanih visinskih razlika).

Neke su visinske razlike određene naknadno geometrijskim nivelmanom (126 visinskih razlika) pa su takve visinske razlike smatrane apsolutno točnim, pa je dobiveno opet za trigonometrijski nivelman da je srednja pogreška $\pm 3.7 \text{ cm}/1 \text{ km}$.

Izvedena mjerenja nisu bila izvršena u cilju ispitivanja i s naročitim iskustvom. Analizom je ukazano na različite izvore pogrešaka pri mjerenju koje bi se mogle ukloniti imajući ih u vidu prilikom samog mjerenja pa bismo mogli računati s većom točnošću.

Obzirom na to visine dobivene trigonometrijskim putem mogu poslužiti ne samo kao osnova za prikaz terena u vertikalnom smislu (topografske karte), već mogu zadovoljiti generalna i mnoga detaljna projektiranja.

Trigonometrijski nivelman se koristi:

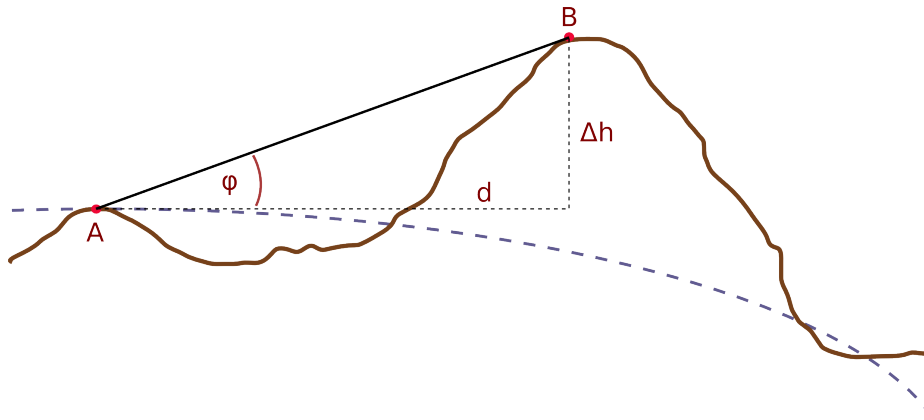
- Za određivanje visina poligonskih točaka
- Za određivanje visina trigonometrijskih točaka
- Kontrolu slijeganja objekata ili terena u strmim jako nepristupačnim terenima
- Određivanje visina objekata (tornjevi, dimnjaci...)
- Prenošnje apsolutnih visina s jedne na drugu obalu rijeke
- Visinska povezivanja otoka s kopnom

2.2.1 Računanje visina

Visinska razlika točaka je, kako je ranije spomenuto, vertikalna udaljenost njihovih nivo ploha.

Iz izmjerenog vertikalnog kuta φ , koji je mjereno od prividnog horizonta stajališta, po formuli $\Delta h = d \tan \varphi$ neće se dobiti prava visinska razlika točaka, već će se u račun visinske razlike morati uzeti u obzir i utjecaj zakrivljenosti Zemlje tj. razlika u visini pravog i prividnog horizonta u točki B.

Uz pretpostavku da su točke A i B bliske najlakše se visinska razlika dobije na osnovu horizontalne udaljenosti i kuta pod kojim se one dogledaju:



Slika 2.38: Koncept trigonometrijskog nivelmana

$$\Delta h = u \tan \varphi$$

gdje je u horizontalna udaljenost po elipsoidu. Ako su u i vertikalni kut φ opterećeni pogreškama m_u i m_φ , pogrešku visinske razlike ćemo dobiti preko totalnog diferencijala:

$$d\Delta h = \tan \varphi \cdot du + u \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}$$

ili

$$m_{\Delta h}^2 = \tan^2 \varphi \cdot m_u^2 + \left(\frac{u}{\cos^2 \varphi}\right)^2 m_\varphi^2$$

Iz ove formule je vidljivo da će visinska razlika biti to tačnija što je vertikalni kut φ manji odnosno biti će najtačnija kada je $\varphi = 0$ tj. kod horizontalne vizure, gdje je:

$$m_{\Delta h} = u \cdot m_\varphi$$

Metoda određivanja visinskih razlika horizontalnom vizurom naziva se nivelman. Primjenom metode, trigonometrijskog nivelmana, visinsku razliku dobijemo preko mjerene horizontalne dužine i zenitne duljine (ili visinskog kuta φ).

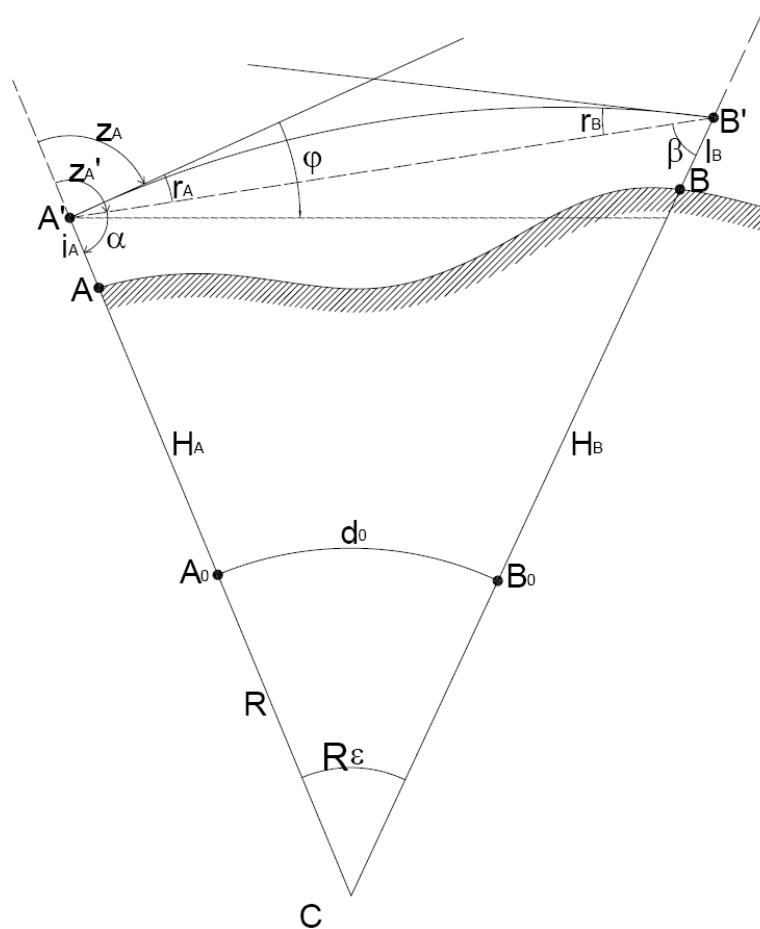
$$\Delta h^I = d \tan \varphi$$

ili

$$\Delta h^I = d \cot Z$$

Na slici 2.39 vrijedi:

- $d_0 = A_0 B_0$ – projekcija na nultu nivo plohu mora



Slika 2.39: Trigonometrijski nivelman

- i_A – visina instrumenta u točki A
- l_B – visina signala u točki B
- z_A – izmjerena zenitna udaljenost
- $\Delta H_A^B = H_B - H_A$

Prema tangensovom poučku vrijedi:

$$\frac{B'C - A'C}{B'C + A'C} = \tan \frac{\alpha - \beta}{2} : \tan \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Kada uzmemo u obzir da je

$$B'C - A'C = H_B + R + l_B - (H_A + R + i_A) = H_B - H_A + l_B - i_A$$

$$B'C + A'C = H_B + R + l_B + H_A + R + i_A = H_B + H_A + 2R + l_B + i_A$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2}$$

Dobije se

$$\frac{H_B - H_A + l_B - i_A}{H_B + H_A + l_B + i_A + 2R} = \tan \frac{\alpha - \beta}{2} \cot(90^\circ - \frac{\varepsilon}{2})$$

odnosno:

$$\Delta H = H_B - H_A = \tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \tan \frac{\varepsilon}{2} (H_A + H_B + i_A + l_B + 2R) + i_A - l_B$$

Imajući u vidu da je luk s jednak produktu radijusa R i kuta ε odnosno $s = R\varepsilon$, dobije se:

$$\varepsilon = \frac{s}{R}$$

Tangens malog kuta može se zamijeniti kutom, tj. vrijedi:

$$\tan \frac{\varepsilon}{2} \approx \frac{\varepsilon}{2}$$

pa je

$$\frac{\varepsilon}{2} = \frac{s}{2R}$$

Ako ovo uvrstimo u formulu za visinsku razliku dobijemo:

$$\Delta H = H_B - H_A = \tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \frac{s}{2R} (H_A + H_B + i_A + l_B + 2R) + i_A - l_B$$

odnosno

$$\Delta H = s \tan \frac{\alpha - \beta}{2} \left(\frac{H_A + H_B}{2R} + \frac{i_A + l_B}{2R} + 1 \right) + i_A - l_B$$

jer je $H_M = \frac{H_A + H_B}{2}$ srednja nadmorska visina, a $\frac{i_A + l_B}{2R} \cong 0$.
Vrijedi:

$$\Delta H = H_B - H_A = \tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) + \frac{s \cdot H_M}{R} \tan \frac{\alpha - \beta}{2} + i_A - l_B$$

Kako koeficijent refrakcije nije poznat, a uz pretpostavku da je isti na obje točke, u isto vrijeme potrebno je mjeriti istovremeno. Biti će:

$$\Delta H = H_B - H_A = \tan\left(\frac{z_B - z_A}{2}\right) + \frac{i_A - i_B}{2} + \frac{l_A - l_B}{2} + s \tan \frac{z_B - z_A}{2} \frac{H_m}{R}$$

Uslijed različitih gustoća Zemljine atmosfere, zraka koja polazi sa točke A neće ići u pravcu prema B, već će se na granicama slojeva različite gustoće lomiti i ići po nekoj krivulji koja će imati svoju konkavnu stranu okrenutu prema dolje. Ovakvu pojavu nazivamo refrakcijom.

Refrakcijska krivulja se smatra nepravilnom i vremenski promjenljivom. Ako su vertikalne komponente refrakcije u točkama A i B, r_A i r_B , tada izmjerene zenitne udaljenosti z_A i z_B moramo ispraviti za iznose r_A i r_B da dobijemo prave zenitne udaljenosti.

Budući nemamo dovoljno podataka o gustoći atmosfere, kojom prolazi zraka, a ni o promjenama tih gustoća, pretpostavljamo da je ta kriva linija dio luka kruga koji leži u vertikalnoj ravnini točaka A i B i čiji je centralni kut ε .

$$s = R\varepsilon$$

$$r_A = k_A \frac{\varepsilon}{2} = k_A \frac{s}{2R}$$

$$r_B = k_B \frac{\varepsilon}{2} = k_B \frac{s}{2R}$$

Veličine k_A i k_B nazivamo koeficijentima refrakcije.

Pošto smo pretpostavili da je ista vrijednost koeficijenta refrakcije u točkama A i B, slijedi zaključak da refrakcija nema praktičnog utjecaja na određivanje visinske razlike kada se one računaju na osnovu obostrano opažanih zenitnih duljina.

Ako se razlika između zenitnih duljina $z_B - z_A$ znatno razlikuje od nule tada će biti:

$$\cos^2 \frac{z_B - z_A}{2} \neq 1$$

Ako se ovo uzme u obzir, formula za određivanje visinske razlike na osnovu obostrano opažanih zenitnih duljina glasi:

$$\Delta H_{AB} = s \tan \frac{z_B - z_A}{2} + \frac{1}{\cos^2 \frac{z_B - z_A}{2}} \left(\frac{i_A - i_B}{2} + \frac{l_A - l_B}{2} \right) + s \tan \frac{z_B - z_A}{2} \frac{H_m}{R}$$

Ovu formulu treba koristiti onda kada se za određivanje visinskih razlika zahtjeva veća točnost, a zenitne daljine se osjetno razlikuju od 90° .

Kutove α i β ćemo dobiti po formulama:

$$\alpha = 180^\circ - z_A - r_A$$

$$\beta = 180^\circ - z_B - r_B$$

pa će biti:

$$\tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \tan\left(\frac{180^\circ - z_A - r_A - 180^\circ + z_B + r_B}{2}\right) = \tan\left(\frac{z_B - z_A}{2} + \frac{r_B - r_A}{2}\right)$$

Ako razvijemo desnu stranu u Taylorov red, možemo uzeti s dovoljnom točnošću:

$$\tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \tan \frac{z_B - z_A}{2} + \frac{r_B - r_A}{2}$$

Ako uvrstimo vrijednosti za r_B i r_A bit će:

$$\tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \tan \frac{z_B - z_A}{2} + \frac{1}{2}(k_B \frac{s}{2R} - k_A \frac{s}{2R}) = \tan \frac{z_B - z_A}{2} + \frac{s}{4R}(k_B - k_A)$$

Ako ovo uvrstimo u izraz za visinsku razliku dobit ćemo:

$$\Delta H = s \tan \frac{\alpha - \beta}{2} = s \left[\tan \frac{z_B - z_A}{2} + \frac{s}{4R}(k_B - k_A) \right] = s \tan \frac{z_B - z_A}{2} + \frac{s^2}{4R}(k_B - k_A)$$

Budući da nismo u mogućnosti odrediti prave vrijednosti za k_A i k_B prisiljeni smo pretpostaviti da je $k_A = k_B$. Ova pretpostavka vrijedi za slučaj istovremenog mjerenja na obje točke.

2.2.1.1 Utjecaj zakrivljenosti Zemlje

Kako vertikalne kutove mjerimo od prividnog horizonta, a visinska razlika je vertikalna udaljenost između nivo plohe točaka A i B pa stoga u konačan rezultat moramo uzeti u obzir zakrivljenost Zemlje. Uz pretpostavku da je Zemlja kugla, bit će iz trokuta ABC prema slici 2.40:

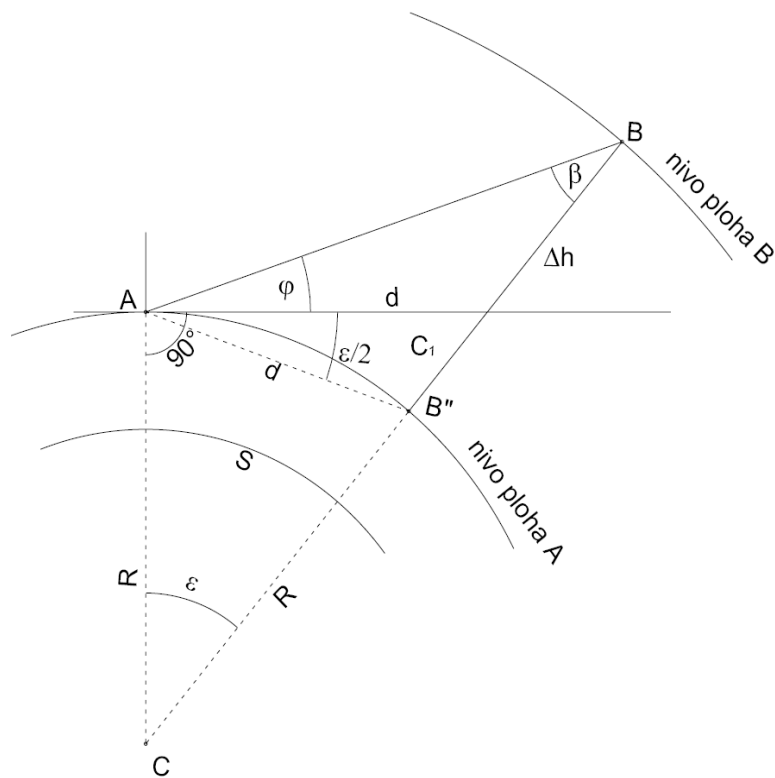
$$\epsilon + 90^\circ + \varphi + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - (90^\circ + \varphi + \epsilon)$$

$$\beta = 90^\circ - (\varphi + \epsilon)$$

Iz trokuta ABB' bit će po sinusovom pravilu:

$$\delta h : d = \sin\left(\varphi + \frac{\epsilon}{2}\right) : \sin \beta$$



Slika 2.40: Utjecaj zakrivljenosti Zemlje

$$\delta h = \frac{d \sin(\varphi + \frac{\epsilon}{2})}{\sin \beta} = \frac{d \sin(\varphi + \frac{\epsilon}{2})}{\cos(\varphi + \epsilon)}$$

Budući da su ϵ i $\frac{\epsilon}{2}$ mali kutevi bit će:

$$\sin(\varphi + \frac{\epsilon}{2}) = \sin \varphi \cdot 1 + \cos(\varphi) \cdot \frac{\epsilon}{2}$$

$$\cos(\varphi + \epsilon) = \cos \varphi \cdot 1 - \epsilon \cdot \sin \varphi$$

Može se napisati

$$\delta h = d \left(\frac{\sin \varphi + \frac{\epsilon}{2} \cos \varphi}{\cos \varphi - \epsilon \sin \varphi} \right)$$

Ako zanemarimo $\epsilon \sin \varphi$ kao relativno malu veličinu, bit će

$$\delta h = d \left(\frac{\sin \varphi + \frac{\epsilon}{2} \cos \varphi}{\cos \varphi} \right) = d \tan \varphi + d \frac{\epsilon}{2}$$

Ako pretpostavimo da je dužina sekante jednaka dužini luka AB' nad kutom ϵ :

$$d = R\epsilon$$

onda će biti:

$$\epsilon = \frac{d}{R}$$

i konačno:

$$\delta h = d \tan \varphi + \frac{d^2}{2R} = d \tan \varphi + c_1$$

Ako Zemlju smatramo kuglom s $R=6377000$ m, vrijednosti člana c_1 ovisno o dužini d , bit će:

d (m)	100	200	300	400	500	1000	2000	3000	4000	5000
c_1 (m)	0.001	0.003	0.007	0.01	0.02	0.08	0.31	0.71	1.25	1.96

Tablica 2.6: Vrijednosti člana c_1 ovisno o dužini d

Za kraće dužine kao što su dužine poligonskih strana ($d \leq 400$ m), pri određivanju visinskih razlika nije potrebno voditi računa o zakrivljenosti Zemljine površine. Kada je poznata granična vrijednost tolerancije Δ , odnosno kada je zadana tražena točnost, unaprijed se može odrediti za koje se udaljenosti može zanemariti korekcionni član c_1 , tj. za koje udaljenosti moramo uzeti u obzir zakrivljenost Zemlje:

$$c_1 = \frac{d^2}{2R} \leq \Delta$$

Iz toga proizlazi

$$d\sqrt{2R\Delta} = \sqrt{12754000\Delta}$$

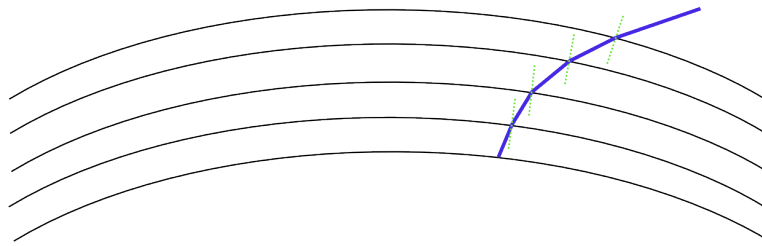
Ako je $\Delta < 0.01m$, c_1 možemo zanemariti za dužine:

$$d \leq \sqrt{127540} \leq 357m$$

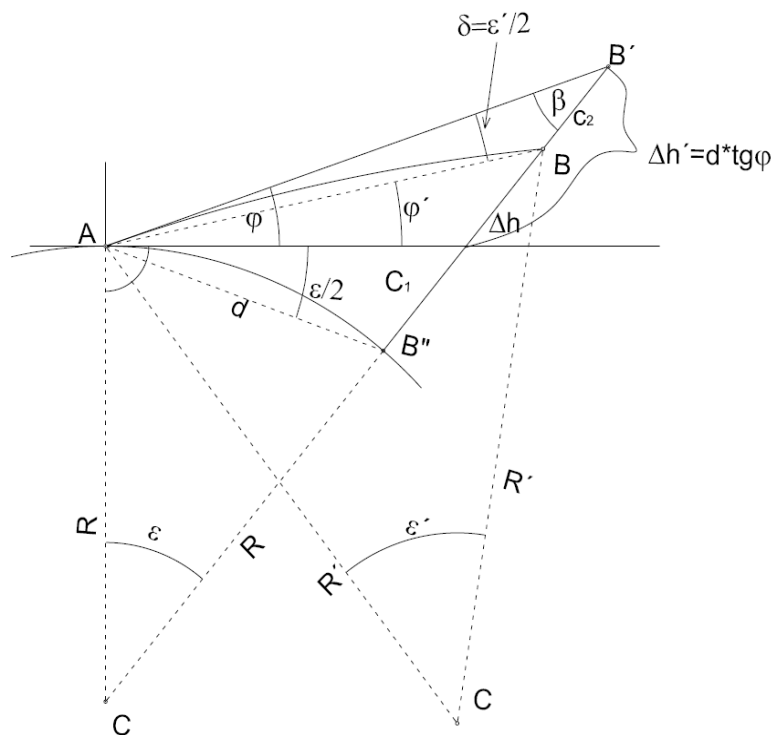
Osim utjecaja Zemljine zakrivljenosti u računu trigonometrijski mjerenih visina, treba uzeti u obzir i utjecaj vertikalne refrakcije vizure.

2.2.1.2 Utjecaj refrakcije prilikom trigonometrijskog mjerenja visina

Zbog različite gustoće zračnih slojeva, neće vizura između dviju točaka prolaziti kroz atmosferu u pravcu, već općenito u obliku refrakcione krivulje. Točan oblik refrakcione krivulje nije poznat, radi toga što nisu poznate prilike u zračnim slojevima i trenutni utjecaj raznih meteoroloških faktora (temperatura, tlak, vlaga, visina zrake, vegetacija, itd.).



Slika 2.41: Utjecaj refrakcije zbog različite gustoće zračnih slojeva



Slika 2.42: Utjecaj refrakcije zraka

Zbog jednostavnosti, može se uzeti da se gustoća zračnih slojeva pravilno smanjuje s njihovom visinom te da krivulja ima oblik kružnice okrenute konkavnom stranom prema Zemlji. Neka je δ razlika između izmjerenog vertikalnog kuta φ i pravog kuta φ' , a odnos radijusa Zemlje i refrakcione krivulje:

$$R = kR'$$

Ako postavimo odnos kao i prije:

$$\delta h : d = \sin\left(\varphi - \frac{\epsilon'}{2}\right) : \sin \beta$$

$$\epsilon' = \frac{d}{R'}$$

$$\frac{\epsilon'}{2} = \frac{d}{2R'}$$

Uvrstimo li u formulu:

$$\delta h = d \tan \varphi - d \frac{\epsilon'}{2}$$

dobit ćemo

$$\delta h = d \tan \varphi - \frac{d^2}{2R'}$$

Ako označimo:

$$R = kR'$$

$$\frac{1}{R'} = k \frac{1}{R}$$

$$c_2 = \frac{d^2}{2R'} = \frac{kd^2}{2R}$$

prava visinska razlika između centra vertikalnog limba i točke na koju je mjeran vertikalni kut, bit će:

$$\delta h = d \tan \varphi + \frac{d^2}{2R} - \frac{kd^2}{2R} = d \tan \varphi + (1 - k) \frac{d^2}{2R}$$

Dužina između točaka dobivena iz koordinata nalazi se na nivo plohi mora, a ne predstavlja stvarnu horizontalnu dužinu između točaka na fizičkoj površini Zemlje. Ako točke leže na nekoj srednjoj nadmorskoj visini H_m :

$$H_m = \frac{H_A + H_B}{2}$$

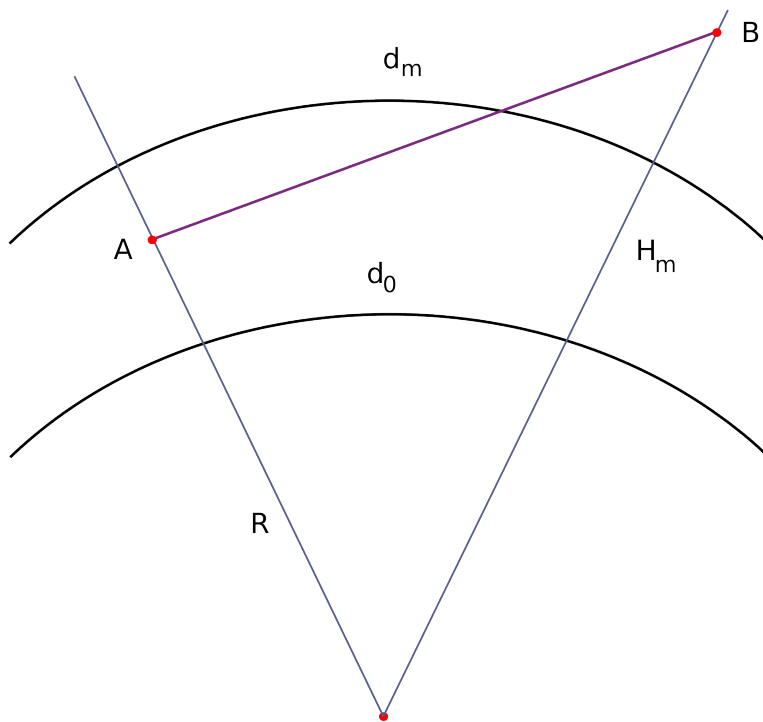
Vrijedi

$$d_0 : d_m = R : (R + H_m)$$

$$d_m = \frac{d_0(R + H_m)}{R}$$

$$d_m = d_0 + d_0 \frac{H_m}{R}$$

pa će konačni izraz za visinsku razliku glasiti:



$$\delta h = (d_0 + d_0 \frac{H_m}{R}) \tan \varphi + (1 - k) \frac{d^2}{2R}$$

ili

$$\delta h = d_0 \tan \varphi + K + (1 - k) \frac{d^2}{2R}$$

$$K = d_0 \tan \varphi \frac{H_m}{R} = \delta h \frac{H_m}{R}$$

Korekcionni član uslijed utjecaja refrakcije glasi:

$$c_2 = -\frac{d^2}{2R} k$$

Ako taj izraz podijelimo s c_1 , bit će

$$\frac{c_2}{c_1} = -k = -0.13$$

pa možemo pisati

$$c_1 = -\frac{c_2}{0.13}$$

ili:

$$c_1 \approx -8c_2$$

Korekcionni član c_1 uslijed zakrivljenosti Zemlje je oko 8 puta veći od korekcionog člana c_2 koji nastaje zbog refrakcije. U istom omjeru stoje radijus Zemlje i refrakcione krivulje:

$$R' = 8R$$

Primjer: Za koje dužine se može zanemariti utjecaj refrakcije, ako se uzme da je tolerancija $\Delta \leq 0.01$ m?

Koristi se:

$$c_2 = \frac{d^2}{2R}k$$

iz čeg proizlazi

$$d \leq \sqrt{\frac{2R\Delta}{k}} \leq \sqrt{98200000\Delta} \leq \sqrt{982000} \leq 990m$$

Dakle u poligonskoj mreži (d;990 m) nije potrebno voditi računa o utjecaju refrakcije.

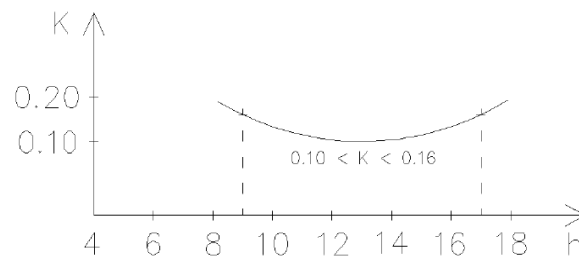
Kako vrijednost koeficijenata refrakcije nikada nije poznata, pretpostavimo da se stvarna vrijednost koeficijenata refrakcije razlikuje od 0.13 za iznos $\pm\Delta k$. Tada će visinska razlika biti pogrešna za veličinu ΔC_2 :

d (km)— Δk	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
2	0.8	1.6	2.4	3.1	3.9
3	1.6	3.1	4.7	6.3	7.8
5	2.4	4.7	7.1	9.4	11.8
10	3.1	6.3	9.4	12.5	15.7

Tablica 2.7: Pogreška visinske razlike uslijed refrakcije zraka. Korekcionni član $\Delta C_2 = \pm \frac{d^2}{2R} \Delta k$ u mm

Iz tablice vidimo da na točnost određivanja nadmorskih visina trigonometrijskog nivelmana u znatnoj mjeri utječe nepoznavanje stvarne vrijednosti koeficijenta refrakcije. Stalne promjene tlaka, temperature i vlažnosti zraka uvjetuju nestabilnost koeficijenta refrakcije čija se vrijednost mijenja tijekom dana i tijekom godine i nije ista u svim područjima (geografske širine). Ispitivanjem dnevnog hoda (promjene) koeficijenta refrakcije ustanovljeno je da je njegova vrijednost izjutra i navečer najveća, a u sredini dana najmanja.

Od 8 do 16 h taj koeficijent je najstabilniji i na terenima sa izrazitim reljefom, njegova vrijednost iznosi od 0.10 do 0.16. Glavna poteškoća za



Slika 2.43: Povezanost koeficijenta refrakcije s vremenom

svestranu primjenu trigonometrijskog nivelmana jest činjenica da u toku mjerenja zenitnih daljina nije poznata stvarna vrijednost koeficijenta refrakcije. Kada se visinska razlika određuje na osnovu obostrano opaženih zenitnih daljina, tada je za točnije određivanje visinskih razlika bitno da bude što manja razlika koeficijenta refrakcije ($k_A - k_B$) u točkama A i B. Ako opažamo u isto doba dana, tada je $k_A \approx k_B$ ($k_A - k_B \approx 0$).

Kod preciznijih radova treba nastojati da se visinske razlike određuju obostrano, istovremeno i oko podneva. Iz slike vidimo da je temperaturni gradijent najveći i najstabilniji u vrijeme podneva kad je koeficijent refrakcije najmanji. Da li ove dvije pojave imaju svoj zajednički nazivnik, ili je riječ o slučajnoj koincidenciji? Ako pogledamo odnos $dt : dh = \delta$ i koeficijent refrakcije k i gradijent refrakcijskog indeksa $dn : dh$, uočavamo da promjene na jednom od ovih atmosferskih parametara izazivaju promjene kod druga dva parametra. I obrnuto, stabilnost jednog parametra automatski uzrokuje stabilnost ostale dvije varijable.

2.2.1.3 Korekcionni član uslijed apsolutnih visina točaka

$$K = d \tan \varphi \frac{H_m}{R} = \Delta h \frac{H_m}{R}$$

Srednja apsolutna visina h_m između točaka A i B uzima se s plana ili karte i njenu vrijednost treba poznavati sasvim grubo (± 100 m). Unaprijed se može odrediti kada o korekcionom članu K treba voditi računa:

$$K = \Delta h \frac{H_m}{R} \leq \Delta$$

Ako se usvoji da je granica tolerancije $\Delta \leq 0.01$ dobit će se:

$$\Delta h' H_m = 0.01 \cdot R = 63770m$$

Obično je poznat H_m s karte područja na kojem se izvode radovi pa na osnovu H_m možemo izračunati do koje granice je on zanemariv.

Primjer:

Neka je $H_m \approx 1000$ m. Kada se može zanemariti korekcionni član K ?

$$\Delta h' = \frac{63770}{H_m} \approx 64m$$

To znači da za sve visinske razlike manje od 64 m nije potrebno voditi računa o popravci koja nastaje zbog apsolutnih visina točaka.

2.2.1.4 Srednja pogreška visinske razlike

$$\Delta h = d \tan \varphi + \frac{d^2}{2r} - k \frac{d^2}{2r}$$

Ako pretpostavimo da je dužina bespogrešna, dobit će se kvadrat srednje pogreške:

$$m_{\Delta h}^2 = \left(\frac{d}{\cos^2 \varphi} m_\varphi\right)^2 + \left(\frac{d^2}{2r} m_k\right)^2$$

gdje je

- m_φ ...srednja pogreška vertikalnog kuta
- m_k ...srednja pogreška koeficijenta refrakcije

Kako su vertikalni kutovi redovito mali (najviše 10°), možemo staviti da je $\cos \varphi = 1$ pa će biti:

$$m_{\Delta h}^2 = (dm_\varphi)^2 + \left(\frac{d^2}{2r} m_k\right)^2$$

Za praktične potrebe drugi se član zanemari ako mjerimo oko podne i u dva smjera pa će biti:

$$m_{\Delta h} = dm_\varphi$$

što znači da je proporcionalna dužini strane.

Težina ovako dobivene visinske razlike biti će:

$$p = \frac{1}{m_{\Delta h}^2} = \frac{1}{d^2 m_\varphi^2} = \frac{c}{d^2}$$

Za jednostrano određenu visinsku razliku naši pravilnici daju izraz:

$$m = \pm(1.8 + 4.05d)cm$$

gdje je d u km.

Maksimalno dozvoljena razlika između rezultata obostrano izmjerenih visinskih razlika na jednoj stranici biti će:

$$\Delta_{max} = 3\sqrt{m_1^2 + m_2^2}$$

gdje je

- m_1 ...srednja pogreška visinske razlike u jednom smjeru
- m_2 ...srednja pogreška visinske razlike u drugom smjeru

Ako uzmemo da je $m_1 = m_2 = m$, dobit ćemo

$$\Delta = 3\sqrt{2m^2} = 3m\sqrt{2} \approx 4(1.8 + 4.08d)cm$$

2.2.1.5 Točnost određivanja visinskih razlika

Prema formuli

$$\Delta h = s \cot z_a + i_a + i_a - l_b + \left(\frac{1 - k_a}{2}\right) \frac{s^2}{R}$$

Iz formule je vidljivo da manje pogreške u s i R neće imati nikakva utjecaja na točnost visinske razlike.

Srednju pogrešku izračunate visinske razlike dobit ćemo:

$$m_{\Delta h}^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 m_z^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right)^2 m_k^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial i}\right)^2 m_i^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial l}\right)^2 m_l^2$$

odnosno

$$m_{\Delta h}^2 = \frac{m_z^2}{\rho''} s^2 + m_k^2 \left(\frac{s^2}{2R}\right)^2 + m_i^2 + m_l^2$$

Ovisit će o točnosti mjerenja zenitnih udaljenosti, pogrešci u koeficijentu refrakcije, pogrešci određivanja visine instrumenta i signala.

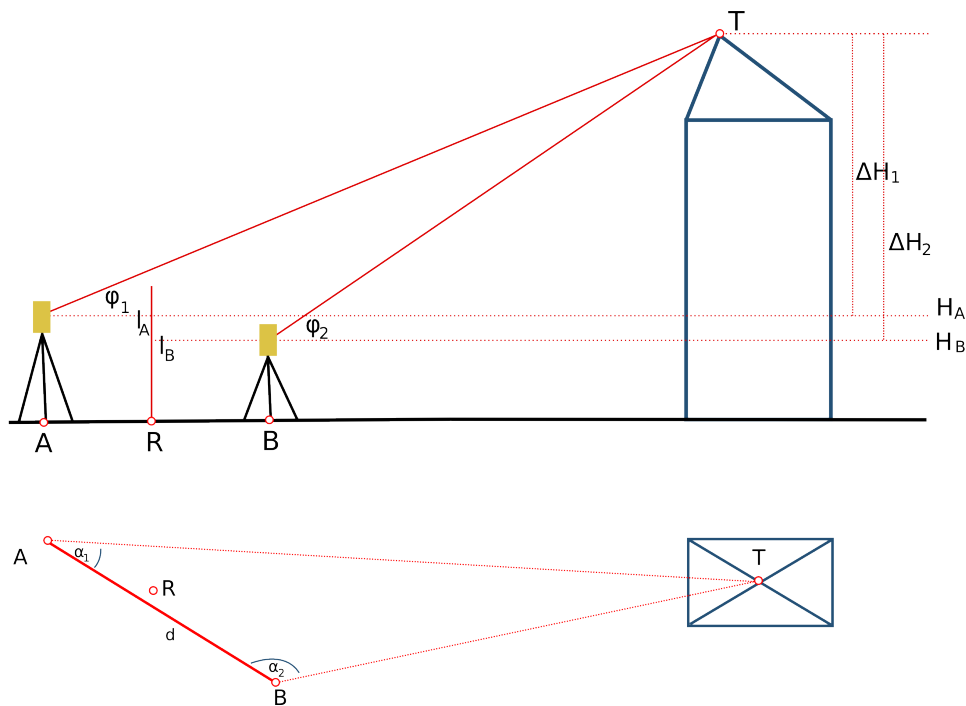
1. Točnost mjerenja zenitnih udaljenosti

Srednja pogreška zenitne daljine u tri girusa (1 girus sa 3 niti) kod instrumenta Wild T2 iznosi 3".

2. Pogreška koeficijenta refrakcije

Iz formule je vidljivo da je utjecaj pogreške koeficijenta refrakcije proporcionalan kvadratu strane pa je očito da je kod kraćih strana ta pogreška beznačajna. Mjerimo oko podneva, kad je on najstabilniji i pogrešan za maksimalno ± 0.03 .

Visinu instrumenta mjerimo direktno pa je možemo smatrat beznačajnom dok visinu signala često odredimo indirektno pa možemo uzeti da je točnost oko 2.5 cm.



Slika 2.44: Trigonometrijsko mjerenje visina bliskih točaka

2.2.2 Trigonometrijsko mjerenje visina bliskih točaka

Čest je slučaj u praksi da moramo odrediti visinu neke građevine. Ako su točke relativno blizu, onda se ne mora uzimati u obzir zakrivljenost Zemlje, niti utjecaj refrakcije.

Razvijemo pomoćni trokut u kojem mjerimo horizontalne i vertikalne kutove $\alpha_1, \alpha_2, \varphi_1, \varphi_2$, duljinu d i horizontalnom vizurom visine horizonta instrumenta u točkama A i B.

Iz trokuta $\triangle ABT$:

$$\overline{AT} : d = \sin \alpha_1 : \sin(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\overline{AT} = \frac{d \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\overline{BT} : d = \sin \alpha_2 : \sin(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\overline{BT} = \frac{d \sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

Iz vertikalnih kutova φ_1 i φ_2 dobiju se visinske razlike:

$$\Delta H_1 = \overline{AT} \tan \varphi_1$$

$$\Delta H_2 = \overline{BT} \tan \varphi_2$$

a nadmorska visina biti će:

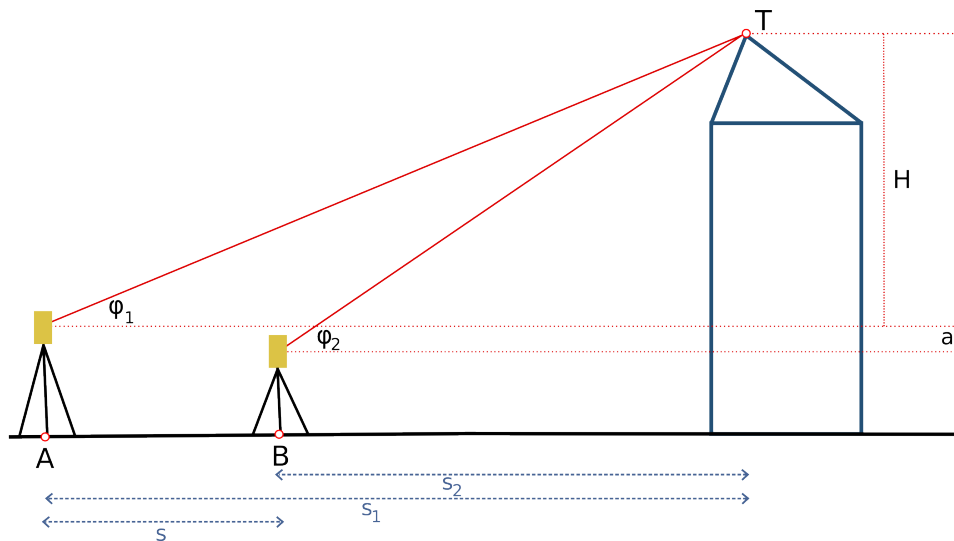
$$H_a = H_A + l_A \implies H_{T_1} = H_A + \Delta H_1$$

$$H_b = H_B + l_B \implies H_{T_2} = H_B + \Delta H_2$$

Definitivna visina bit će aritmetička sredina dobivenih vrijednosti

$$H_T = \frac{H_{T_1} + H_{T_2}}{2}$$

Ovaj se zadatak može riješiti i bez postavljanja pomoćnog trokuta . Ako



Slika 2.45: Trigonometrijsko mjerenje visina bliskih točaka (drugi način)

se s dvije točke koje leže u pravcu s visokom točkom izmjere vertikalni kutovi (φ_1, φ_2) na visoku točku i ako se izmjeri udaljenost a između te dvije točke iz slike 2.45 vrijedi:

$$H = s_1 \tan \varphi_1$$

$$H = s_2 \tan \varphi_2$$

Ako se prva jednačba pomnoži s $\frac{\tan \varphi_2}{\tan \varphi_1}$ dobije se

$$\frac{H \tan \varphi_2}{\tan \varphi_1} = s_1 \tan \varphi_2$$

Ako se druga jednadžba odbije od novodobivene jednadžbe vrijedi:

$$\frac{H \tan \varphi_2}{\tan \varphi_1} - H - a = s_1 \tan \varphi_2 - s_2 \varphi_2 = \tan \varphi_2 (s_1 - s_2) = \tan \varphi_2 s$$

Ukoliko se ta jednadžba pomnoži s $\tan \varphi_1$ dobije se

$$H \tan \varphi_2 - H \tan \varphi_1 = a \tan \varphi_1 + s \tan \varphi_2 \tan \varphi_1$$

ili

$$H = \frac{a \tan \varphi_1 + s \tan \varphi_2 \tan \varphi_1}{\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1}$$

Kako je $\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$ biti će:

$$H = \frac{a \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} + s \frac{\sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}}{\frac{\sin \varphi_2}{\cos \varphi_2} - \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1}} = \frac{a \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} + s \frac{\sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}}{\frac{\sin \varphi_2 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}} = \frac{(a \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} + s \frac{\sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\sin \varphi_2 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2}$$

i konačno se dobije:

$$H = \frac{a \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + s \sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Poglavlje 3

Triangulacija

3.1 Uvod

3.1.1 Geodetske mreže

Kako je već rečeno osnovni zadatak geodezije je izrada planova i karata. Izrada planova i karata za manja područja i teritorije cijele države izrađuju se na osnovu rezultata prikupljenih na terenu različitim metodama snimanja. Taj zahtjev biti će ispunjen ako se za snimanje terena kao osnova koriste točke čije su koordinate poznate u određenom koordinatnom sustavu odnosno poznati položaj na zemljinoj površini. Više takvih točaka raspoređenih po terenu po određenim pravilima sačinjavaju geodetsku mrežu.

Vrste geodetskih mreža Zavisno od oblika i mjernih veličina nazivaju se:

- triangulacijske mreže
- trilateracijske mreže
- poligonske mreže
- nivelmanske mreže
- gravimetrijske mreže

Postavljene su na teritoriju cijele države po principu iz velikog u malo.

Metode uspostave geodetskih mreža Uspostavljaju se pomoću terestričkih metoda i metoda satelitske geodezije. Terestricke metode su:

- triangulacija
- trilateracija

- poligonometrija
- nivelman
- gravimetrija

Najstarija metoda je triangulacija, čiji je tvorac Nizozemac Willebrand Snellius (1615). Naziv potječe od latinske riječi *triangulum* koja znači trokut. Pod pojmom riječi triangulacija podrazumijeva se određivanje položaja točaka na zemlji koje tvore mrežu trokuta, a računaju se isključivo iz kutnih mjerenja. Linearna mjerenja su bila teško izvediva i skupa pa su svedena na minimum. Sve do kasnih 1960-ih godina točke se određuju uglavnom na temelju kutnih mjerenja. Pojavom elektroničkih daljinomjera sve češće se uz triangulaciju koristi trilateracija a posebno poligonometrija. 1973 godine u SAD-u počela se razvijati nova metoda određivanja koordinata opažачkih stanica pod nazivom NAVSTAR-GPS. 1958 godine lansiran je u orbitu prvi umjetni Zemljin satelit, prvi GPS satelit izbačen je u orbitu 1978 godine. GPS metoda omogućuje visoku točnost, nije ovisna o meteorološkim uvjetima i ne zahtijeva međusobno dogledanje točaka. Točnost je (1-5) mm +(0,01 do 1) ppm.

U triangulaciji koordinate se računaju uglavnom iz kutnih mjerenja, a linearna služe za određivanje mjerila mreže i sprečavanje deformacije. Na Zemljinoj površini dakle (na sferoidu) određen je dovoljan broj točaka čije su koordinate poznate. Kad su poznate sferoidne koordinate tih točaka preslikat će se te točke na plohu projekcije po unaprijed zadanim zakonima matematičkog preslikavanja.

Da bi se odredila cijela mreža treba poznavati:

- koordinate jedne točke – sferoidne
- jednu dužinu
- jedan azimut

Ako se izmjere svi kutovi biti će sve točke određene. Na području bivše države bilo je 395 točaka prvog reda.

3.1.2 Triangulacijska mreža

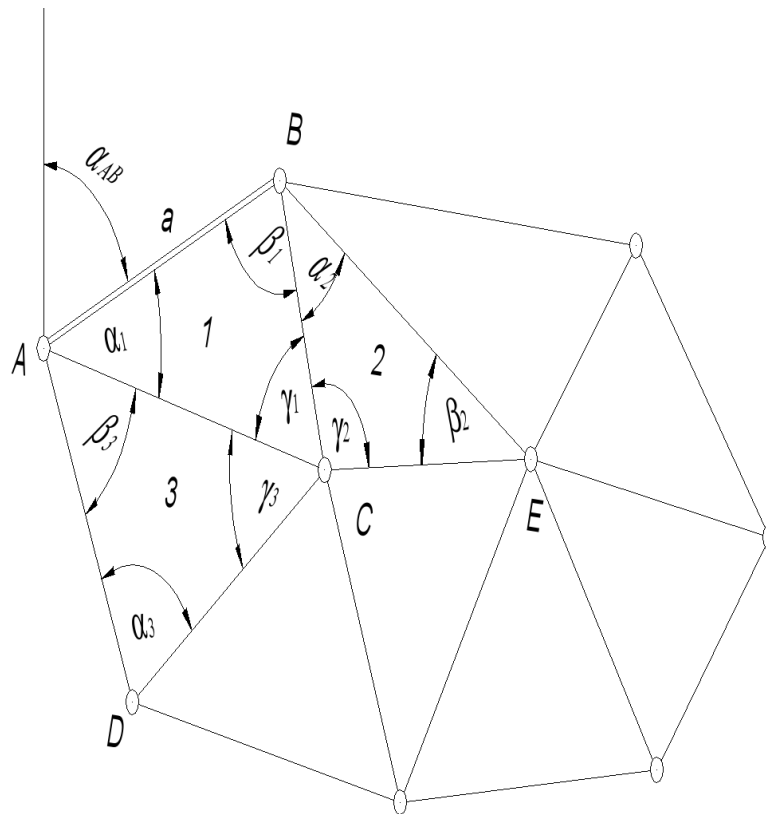
Triangulacijska mreža služi:

- Za rješavanje problema znanstvenog djela geodezije koja se bavi određivanjem dimenzija, oblika i gravitacijskog polja Zemlje.
- Za rješavanje raznih inženjersko-tehničkih zadataka iz područja inženjerske (primijenjene) geodezije

- Kao geometrijska osnova za izmjeru i kartiranje Zemljine površine u cilju izrade planova i karata

Osnovna koncepcija određivanja trigonometrijskih točaka

Sva računanja u trigonometrijskoj mreži vrše se uglavnom po pravilima sferne i ravne trigonometrije. Oblik mreže je definiran ako su poznati svi neophodni kutovi u toj mreži. Znači, oblik svake trigonometrijske mreže je definiran na osnovu kutnih mjerenja bez obzira na njenu veličinu. Očigledno, međusobni položaj točaka (mjerenih mreža) biti će poznat ako je poznata dužina jedne trigonometrijske strane. Sasvim je svejedno koja je to strana. Neka je poznata strana AB te će na osnovu nje i svih mjerenih kutova na osnovu sinusovog poučka odrediti strane AC i BC . Pomoću ovih strana po logici stvari računaju se dalje strane BE , CE , AD i CD .



Slika 3.1: Triangulacijska mreža

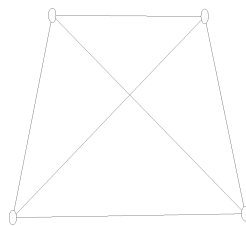
Prema tome za određivanje oblika i mjerila trigonometrijske mreže neophodno je i dovoljno znati dužinu jedne strane i kutove u cijeloj mreži. No, gdje je ova mreža smještena na fizičkoj površini Zemlje još uvijek nije poznato. Zato je potrebno trigonometrijsku mrežu povezati sa Zemljinom kao nebeskim tijelom. To se može postići ako su poznate elipsoidne koordinate jedne trigonometrijske točke (geodetska širina φ_a i geodetska duljina λ_a

točke A). To je još uvijek malo jer se mreža može rotirati oko točke A. Zato je treba orijentirati u odnosu na strane svijeta tj. potrebno je odrediti azimut jedne trigonometrijske strane α_{AB} . Određivanjem φ_a , λ_a i α_{AB} bavi se astronomija.

3.1.2.1 Vrste i oblici trigonometrijskih mreža

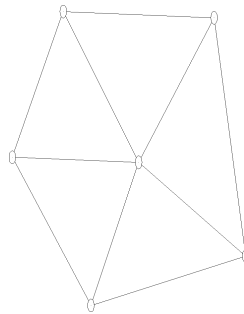
Trigonometrijska mreža najbolje će odgovarati svojoj namjeni ako je njome prekrivena teritorija cijele države. Takva mreža ima opći značaj i poseban tretman u zemlji na čijoj se teritoriji nalazi pa se zato naziva osnovna ili državna trigonometrijska mreža. Osnova za izradu planova i karata čine točke te mreže. Velike zemlje kao npr. Rusija i SAD državnu trigonometrijsku mrežu razvijaju u obliku lanaca trokuta koji se postavljaju duž meridijana i paralela, a mogu imati i proizvoljan položaj. Pored osnovne državne mreže postoje trigonometrijske mreže specijalnog i lokalnog karaktera. Lokalne ili samostalne mreže mogu biti slobodne i neslobodne (uvrštene). Slobodne mreže su one koje imaju samo neophodan broj da tih veličina (dvije date točke ili jednu da tu točku i smjerni kut jedne strane). Neslobodne su one koje imaju više od neophodnog broja da tih podataka. Lokalne mreže služe za snimanje manjih površina (do 150 ha) i za izvođenje inženjersko-tehničkih radova iz područja inženjerske geodezije (tuneli, mostovi, brane itd..) One se sastoje od točaka istog ranga u pogledu točnosti. Sve trigonometrijske mreže mogu imati oblik:

- Geodetski četverokut
- Centralni sistem
- Lanac trokuta
- Kombinacija geodetskih četverokuta, centralnih sistema ili oboje

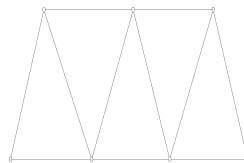


Slika 3.2: Geodetski četverokut

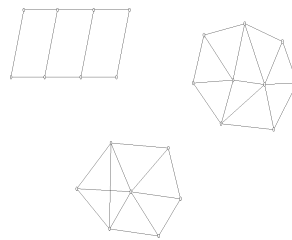
Oblik ovih mreža zavisi od terenskih uvjeta, a položaj točaka mora odgovarati namjeni i zadovoljiti točnost koja se apriori utvrđuje.



Slika 3.3: Centralni sistem



Slika 3.4: Lanac trokuta



Slika 3.5: Kombinacija mreža

3.1.2.2 Klasifikacija (podjela) osnovne trigonometrijske mreže

Da bi se izbjeglo nagomilavanje neminovnih grešaka koje nastaju u procesu mjerenja, državna trigonometrijska mreža kojom je obuhvaćena cijela teritorija razvijena je po općem poznatom principu "Od velikog ka malom". To znači da treba ići od radova većeg obima i veće točnosti ka radovima manjeg obima i manje točnosti. Dosljedno provođenje ovog principa u djelo osigurano je podjelom trigonometrijske mreže u četiri osnovna i dva popunjavajućeg reda.

Dužine strana iznose:

- U mreži 1. reda preko 20 km (20-50 km)
- U osnovnoj mreži 2. reda od 15-25 km
- U popunjavajućoj mreži 2. reda od 9-18 km
- U osnovnoj 3. reda od 5-13 km

- U popunjavajućoj 3. reda od 3-7 km
- U mreži 4. reda od 1-4 km

Pri računanju koordinata točaka koje pripadaju mrežama 1. reda, osnovnoj i popunjavajućoj 2. reda te osnovnoj 3. reda uzima se u obzir zakrivljenosti Zemlje i one se nazivaju točke viših redova. Pri računanju koordinata točaka koje pripadaju popunjavajućoj mreže 3. reda i 4. reda zanemaruje se zakrivljenost Zemlje i one se nazivaju točke nižih redova.

Trigonometrijska mreža 1. reda zajedno sa astronomsko-gravimetrijskim radovima pored ostalog služi za rješavanje znanstvenih zadaća iz područja geodezije te stoga ona ima specifičnu ulogu i određuje se po posebno utvrđenim propisima. U mreži 1. reda mjerenja se vrše sa najvećom mogućom točnošću koja se postepeno umanjuje u mrežama nižih redova.

3.1.2.3 Osnovičke (bazisne) mreže

U jednoj trigonometrijskoj mreži dovoljno je odrediti samo jednu dužinu trigonometrijske strane. Međutim zbog gomilanja pogrešaka u mjerenju takva se mreža izobličiti što se više udaljavamo od mjerene strane. Zato je poželjno da se dužine mjere svakih 200-300 km odnosno mjeri po jedna dužina trigonometrijske strane. Bazisne mreže su u sastavu trigonometrijskih mreža 1. reda ili nekih specijalnih mreža, što znači da se dužine strana mjere u mreži 1. reda i nekim specijalnim mrežama. Naša mreža je bila zarotirana na jugu za 2" što bi značilo za dužinu od cca 10 m ako gledamo na temeljnu točku Hermanskögel. Zato su postavljene bazisne mreže kod Pohorje, Zagreba, Strumice i itd.

3.1.2.4 Metode određivanja trigonometrijskih točaka

Mreže 1. reda imaju poseban značaj i točke koje njoj pripadaju određuju se grupno po metodi uvjetnih ili posrednih mjerenja. Ostale točke određuju se uglavnom po metodi posrednih mjerenja. Ovakav način određivanja poznat je u literaturi pod nazivom „metoda presijecanja“. Ova metoda se primjenjuje u svim redovima osim prvog.

Presijecanje unutarnjih vizura Ako su sa tražene točke opažane tri date točke T_1 , T_2 i T_3 onda se na osnovu njihovih koordinata i vrijednosti opažanih pravaca mogu izračunati koordinate tražene točke. Takav način određivanja koordinate točaka naziva se presjek nazad. Točka T biti će najbolje određena ako su date točke ravnomjerno raspoređene po horizontu, što bliže traženoj točki i ako je točnost opažanih pravaca što veća. Ukoliko je veći broj pravaca koji se sijeku pod povoljnim kutom, utoliko je točnost određivanja točke T veća. U mreži svakog reda propisan je broj pravaca koji je potreban za određivanje trigonometrijskih točaka.

Pravila za određivanje trigonometrijskih točaka metodom presijecanja:

- Treba težiti da date točke budu ravnomjerno raspoređene po horizontu oko tražene točke
- Tražena točka treba se odrediti od najbližih točaka koje se po mogućnosti nalaze na približno istim udaljenostima od tražene točke. Odnos između najduljih i najkraćih vizura ne smije biti veći od 1:3.
- Treba nastojati naročito u mrežama viših redova da se točke određuju iz obostranih pravaca.
- Broj pravaca iz kojih se trigonometrijska točka određuje treba biti:
 - Za točke mreže 2. reda i osnovne 3. reda 6-12 pravaca
 - Za točke popunjavajuće 3. reda 6-10 pravaca
 - Za točke mreže 4. reda 5-10 pravaca

Jednostrano opažani pravac vanjski ili unutarnji smatra se kao jedan pravac.

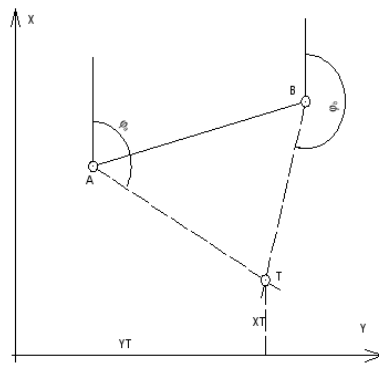
- Ranije određene točke lokalnih ili specijalnih mreža potrebno je uvijek kada je to moguće uklopiti, u državnu trigonometrijsku mrežu.
- Kada se neki pravac ne može izmjeriti izravno sa centra ili ekscentrično određuje se posredno i to samo ako je ta točka bitna za dalji razvoj trigonometrijske mreže.
- Stalni objekti, kao što su crkve, džamije, tornjevi i slično koji dominiraju terenom najčešće se uključuju u trigonometrijsku mrežu.
- Gustoća trigonometrijske mreže zavisi od njene namjene i od terenskih prilika. Mreža se smatra da je normalne gustoće ako se na 200 ha nalazi 1 trigonometrijska točka bilo kojeg reda. Gustoća lokalnih mreža i specijalnih ovisi isključivo od njihovih namjena i konkretnih uvjeta na terenu.

Gustoća GPS točaka 1/25 ha odnosno 1/10 ha.

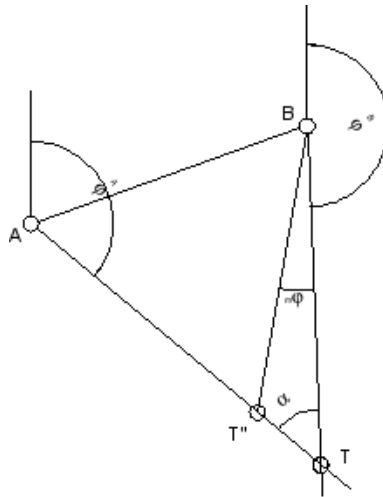
3.2 Presijecanja

3.2.1 Presijecanje naprijed

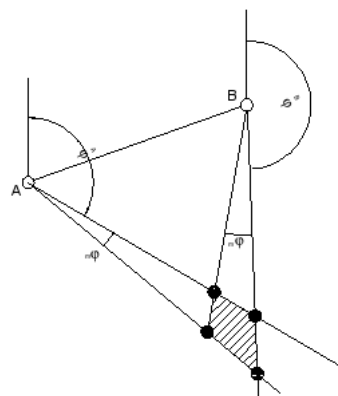
Kada su date dvije točke A i B sa orijentiranim pravcima φ_a i φ_b (koji su dobiveni mjerenjem kutova i orijentacijom pravaca). U presjeku tih dvaju pravaca nalaziti će se tražena točka.



Slika 3.6: Presijecanje naprijed



Slika 3.7: Točnost presijecanja



Slika 3.8: Točnost presijecanja

3.2.2 Točnost presijecanja

Orijentirani pravac određen je s točnošću $m\varphi_B$ (slike).

Iz $\Delta BTT'$ može se odrediti položajna pogreška M :

$$M : a = \sin \varphi : \sin \alpha$$

$$M = \frac{a}{\sin \alpha} \sin m\varphi$$

odnosno

$$M = \frac{m\varphi''}{\rho''} \frac{a}{\sin \alpha}$$

jer vrijedi

$$\sin m\varphi \approx \frac{m\varphi''}{\rho}$$

Treba naglasiti da ovaj izvod nije sasvim korektan jer su oba orijentirana pravca promjenjive veličine ali ona omogućava da se definiraju neka pravila koja su neophodna pri postavljanju nove točke.

- Ako je $\alpha = 90^\circ$ onda je $M_{min} = \frac{m\varphi''}{\rho''} a$
- Ako je $\alpha = 30^\circ$ onda je $M = 2M_{min}$
- Ako je $\alpha = 0$ onda je $M = \infty$

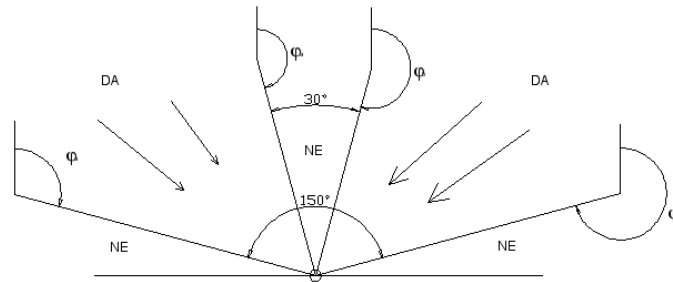
Točka će biti najbolje podređena ako se pravci sijeku pod 90° jer je onda položajna greška najmanja. Ako se pravci sijeku pod 30° onda je ona dvaput veća. To je granična vrijednost položajne pogreške koja se može tolerirati. Dakle dva susjedna pravca ne smiju se sjeći pod kutom manjim od 30° ili većim od 150° . Položajna pogreška M direktno je proporcionalna dužini vizure i srednjoj pogreški orijentiranih pravaca $m\varphi$. Zaključak je da točnost određivanja trigonometrijskih točaka metodom presijecanja naprijed zavisi od kuta α pod kojim se sijeku orijentirani pravci, njihovih dužina a_i i njihove točnosti $m\varphi$.

Odnos dužina vizura može biti 1:3.

3.3 Klasifikacija osnovne trigonometrijske mreže

Da bi se izbjeglo nagomilavanje neminovnih grešaka koje nastaju u procesu mjerenja, državna trigonometrijska mreža kojom je obuhvaćena cijela teritorija razvijena je po općem poznatom principu *Od velikog ka malom*. To znači da treba ići od radova većeg obima i veće točnosti ka radovima manjeg obima i manje točnosti. Dosljedno provođenje ovog principa u djelo osigurano je podjelom trigonometrijske mreže u četiri osnovna i dva popunjavajućeg reda.

Dužine strana iznose:



Slika 3.9: Odnos pravaca pri presjeku naprijed

- U mreži 1. reda preko 20 km (20-50 km)
- U osnovnoj mreži 2. reda od 15-25 km
- U popunjavajućoj mreži 2. reda od 9-18 km
- U osnovnoj 3. reda od 5-13 km
- U popunjavajućoj 3. reda od 3-7 km
- U mreži 4. reda od 1-4 km

Pri računanju koordinata točaka koje pripadaju mrežama 1. reda, osnovnoj i popunjavajućoj 2. reda te osnovnoj 3. reda uzima se u obzir zakrivljenosti Zemlje i one se nazivaju točke viših redova. Pri računanju koordinata točaka koje pripadaju popunjavajućoj mreže 3. reda i 4. reda zanemaruje se zakrivljenost Zemlje i one se nazivaju točke nižih redova.

Trigonometrijska mreža 1. reda zajedno sa astronomsko-gravimetrijskim radovima pored ostalog služi za rješavanje znanstvenih zadaća iz područja geodezije te stoga ona ima specifičnu ulogu i određuje se po posebno utvrđenim propisima. U mreži 1. reda mjerenja se vrše sa najvećom mogućom točnošću koja se postepeno umanjuje u mrežama nižih redova.

3.4 Osnovičke (bазисне) mreže

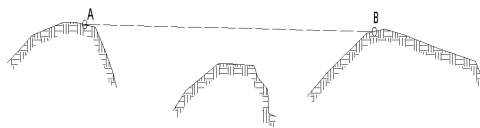
U jednoj trigonometrijskoj mreži dovoljno je odrediti samo jednu dužinu trigonometrijske strane. Međutim zbog gomilanja pogrešaka u mjerenju takva se mreža izobličiti što se više udaljavamo od mjerene strane. Zato je poželjno da se dužine mjere svakih 200-300 km odnosno mjeri po jedna dužina trigonometrijske strane. Bазисне mreže su u sastavu trigonometrijskih mreža 1. reda ili nekih specijalnih mreža, što znači da se dužine strana mjere u mreži 1. reda i nekim specijalnim mrežama. Naša mreža je bila zarotirana na jugu za 2" što bi značilo za dužinu od cca 10m ako gledamo na temeljnu točku

Hermanskögel. Zato su postavljene bazisne mreže kod Pohorje, Zagreba, Strumice i itd.

3.5 Rekognosciranje trigonometrijske mreže

3.5.1 Osnovno o rekognosciranju trigonometrijskih mreža

Izbor mjesta za trigonometrijsku točku na terenu naziva se rekognosciranje trigonometrijske mreže. Ovo je jedna od veoma odgovornih geodetskih operacija od koje ovisi kvaliteta mreže i ekonomičnost radova. Od mnoštva teoretski beskonačno mnogo rješenja treba se opredijeliti za najekonomičnije i ono rješenje koje osigurava najbolji kvalitetu mreže. Takvo idealno rješenje je nemoguće sagledati, ali njemu treba težiti sve dok se ne stekne uvjerenje da je pronađeno najbolje rješenje. Rekognosciranju prethodi izrada projekta na karti mjerila 1:50000, 1:100000 i 1:200000. Pri izradi projekta trigonometrijske mreže najveću teškoću predstavlja činjenica da se sa karte ne može uvijek pouzdano utvrditi da li se vizure na terenu mogu nesmetano ostvariti ili pak postoje prepreke. Kada se na karti ne može pouzdano utvrditi da se dvije točke međusobno dogledaju crta se uzdužni profil za uzvišenja koja bi eventualno mogla smetati.



Slika 3.10: Dogledanje dvije točke

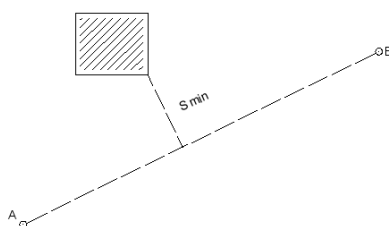
Kod dugačkih strana zakrivljenost Zemlje ima utjecaj tako da se sa 2m visine može vidjeti 5km.

Kada je projekt gotov izlazi se na teren i korekcije se rade na terenu. Kod rekognosciranja mreže treba voditi računa o njoj namjeni. Pri konačnom izboru mjesta za trigonometrijske točke treba voditi računa da one ne budu kasnije oštećene ili uništene. Znači treba ih postaviti na sigurno mjesto a izbjegavati mjesta kao što su: geološki nestabilan teren (klizišta), sredine parcele koja se obrađuje, obala rijeke ili potoka, ivica puta i itd.

Da bi se izbjegao utjecaj refrakcije vizura treba prolaziti što dalje od objekta

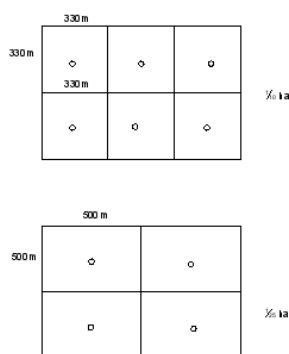
- za mreže 2. reda min. 5m
- za mreže 3. reda min. 2m

Operacijom uspješnog rekognosciranja trigonometrijske mreže može se dobro ovladati ako izvršilac dobro poznaje pravila određivanja točaka presjecanjem i ako ima sposobnosti da ih pravilno primjeni na terenu i posjeduje izvjesno iskustvo. Početnici ne smiju štediti trud i vrijeme.



Slika 3.11: Utjecaj refrakcije

Kod GPS mreže: gustoća 1/25 ha ili 1/10ha. Projekt na karti sitnog mjerila 1:50000 ili 1:20000.



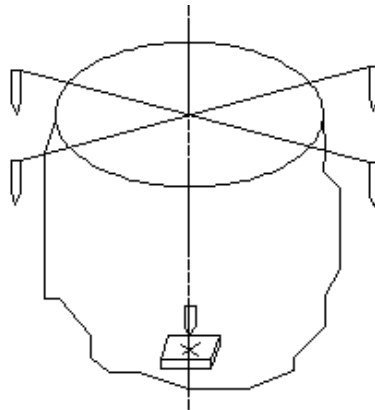
Slika 3.12: Gustoća GPS točaka

Pri rekognosciranju:

- Da su točke pristupačne (blizina puta).
- Da u blizini nema velikih električnih odašiljača.
- Da je slobodno nebo iznad horizonta
- Da točka nije u blizini zgrade
- Da nisu u blizini limeni ili stakleni krovovi

3.5.2 Numeriranje

Čim je točka iz rekognoscirana i ucrtana na skici trigonometrijske mreže ona dobiva svoj broj. Trigonometrijske točke 1. reda numeriraju se arapskim brojevima od 1 pa dalje za cijelu državu npr. Slika... Trigonometrijske točke 2. reda od 1 pa dalje u okviru koordinatnog sustava (Gauss-Krügerove projekcije). Točke 3. i 4. reda od 1 pa dalje u okviru granica katastarskog kotara. Za GPS točke za sada nema propisa ali je dogovor da u okviru jednog homogenog polja idu od 1001 pa dalje.



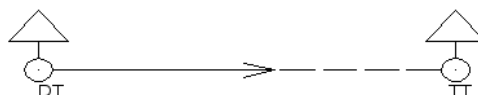
Slika 3.13: Stabilizacija trigonometrijskih mreža

Stabilizacija

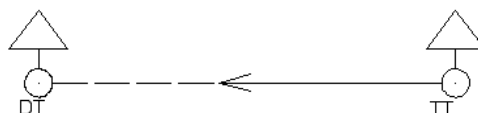
3.5.3 Položajni opis trigonometrijskih točaka

Podaci moraju biti potpuni i tako sređeni da se na osnovu njih točke mogu što lakše pronaći uvijek kada se za to ukaže potreba. Oni se unose u obrazac 27 ili 27 T.

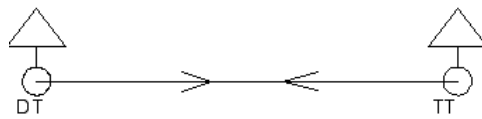
Neki pojmovi i definicije Trigonometrijske točke koje imaju izračunate koordinate nazivaju se date točke (DT). Trigonometrijske točke čije koordinate treba odrediti nazivaju se traženim točkama (TT) ili nove točke.



Slika 3.14: Opažani pravac sa date točke (DT) na traženu točku naziva se vanjski pravac



Slika 3.15: Opažani pravac sa tražene točke na da tu točku naziva se unutarnji pravac



Slika 3.16: Ako je sa tražene točke (TT) opažana dana točka (DT) i obrnuto takv se pravac naziva obostrani

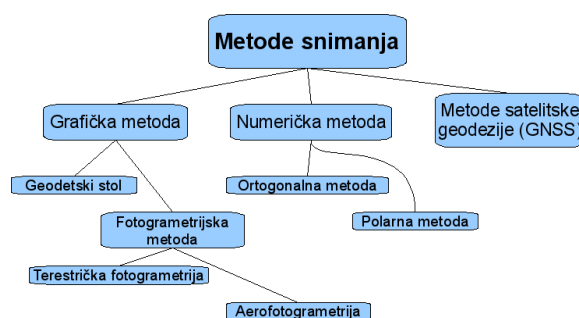
Vanjski i unutarnji pravci nazivaju se još i jednostrani pravci. Ako se vanjski pravac orijentira tako da se početni (nulti) pravac nalazi u pravcu paralele sa X-osi takav se pravac naziva orijentirani pravac i obilježava sa φ . Orijetirani pravac (kut α) definira pravac sa date točke na traženu točku.

Poglavlje 4

Metode izmjere

Pod izmjerom (snimanjem) detalja podrazumijevamo prikupljanje terenskih podataka za točke kojima je definiran detalj, u cilju izrade plana ili karte snimljenog detalja. Ovi podaci trebaju na planu ili karti definirati položaj detaljnih točaka odnosno detalja koji je predmet izmjere. Način prikupljanja terenskih podataka naziva se metoda snimanja detalja ili izmjera zemljišta.

Postoje numeričke i grafičke metode snimanja, a zajednički cilj im je da se na osnovu terenskih podataka koje one prikupe može izraditi plan ili karta.



Slika 4.1: Metode snimanja

Numeričke metode osiguravaju veću točnost snimljenog detalja, a grafičke su znatno efikasnije i zato racionalnije. Fotogrametrijska metoda je pogodna za snimanje većih površina.

Kada se snima detalj iz aviona (aerofotogrametrija), dobiju se fotografije terena na osnovu kojih se u uredu pomoću specijalnih instrumenata izrađuje plan u željenom mjerilu.

Numeričke metode snimanja dobile su ovaj naziv po tome što se kod njih za svaku detaljnu točku dobiju numerički podaci. Na osnovu ovih podataka se kasnije u uredu može izraditi plan u odgovarajućem mjerilu.

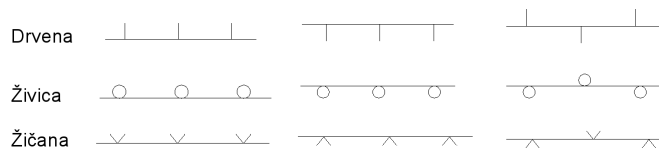
Ako je plan krupnijeg mjerila točnost snimljenog detalja treba biti veća i obrnuto.

Numeričke metode su vrlo pogodne za održavanje katastra zemljišta, uređenje i obnavljanje granice vlasništva kod imovinsko pravnih sporova itd. Numeričke metode koriste se isključivo kod snimanja vodova i podzemnih objekata, kao i kod manjih površina.

Što će se i koliko snimiti prvenstveno ovisi o namjeni planova, a koliko će se detaljno snimati pojedini objekti (granične linije i zemljišni oblici) isključivo ovisi o mjerilu plana.

Planovi krupnijeg mjerila pružaju veću mogućnost u detaljnijem prikazu snimljenih objekata. Kod planova sitnijeg mjerila ove su mogućnosti znatno ograničene. Zato se prilikom snimanja za planove sitnijeg mjerila vrši selekcija detalja (ispuštaju se detalji koji se u određenom mjerilu ne mogu prikazati).

Svi se detalji izmjere ucrtavaju i označavaju prema važećem topografskom ključu. Ako su granice vlasništva ograđene plotom, zidom ili živicom treba ih u skici izmjere prikazati i točno označiti kojoj parceli ograda pripada, tako da ucrtamo odgovarajući topografski znak s unutarne strane vlasnika ograde



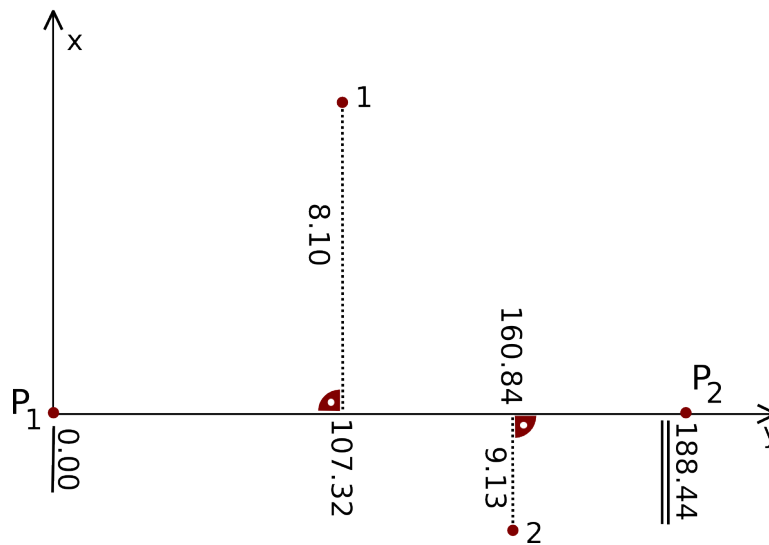
Slika 4.2: Prikaz ograde sa znakom pripadnosti

4.1 Ortogonalna metoda

Ortogonalnom metodom izmjere detalja mjere se izravno pravokutne koordinate pojedinih detaljnih točaka u bilo kojem relativnom pravokutnom koordinatnom sustavu u kojem je početna točka mjerenja P_1 ishodište koordinatnog sustava. Linija snimanja P_1P_2 je os y (Slika 4.5) a x os je okomita na nju. Ova metoda izmjere detalja spada u točnije i koristi se u izgrađenim i ravnim terenima.

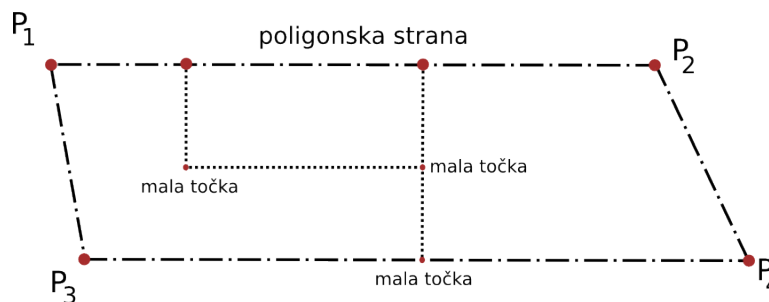
Točke P_1 i P_2 su točke geodetske osnove koje su postavljene rekognosiranjem terena, tako da se s linije snimanja s obje mjerne strane mogu snimiti sve detaljne točke. Duljina apscisne linije odnosno linije snimanja definirana je uvjetima na terenu (izgrađenost, zaraštenost, ...) a maksimalne duljine ordinata propisane su pravilnikom o izmjeri zemljišta. Linija mjerenja (snimanja) može biti postavljena između poligonskih ili malih točaka.

Male točke mogu biti postavljene na liniju (mala točka na liniji) između dvije točke geodetske osnove (poligonske točke) ili okomito na tu liniju (mala točka na okomici).



Slika 4.3: Relativni koordinatni sustav za primjenu ortogonalne metode

Snimanje detalja na jednoj liniji snimanja počinje tako da se na početnu i krajnju točku te linije postave vertikalno trasirke i između njih se napne i učvrsti čelična vrpca na kojoj se mjere (čitaju) apscise od početne točke do nožišta okomice za svaku detaljnu točku. Drugom čeličnom vrpcom izmjeri se duljina ordinate tj. udaljenost od linije mjerenja do detaljne točke koja se snima.



Slika 4.4: Linijska mreža

Za snimanje ortogonalnom metodom koriste se prizme i to:

U građevinskom rajonu naselja koriste se peterostrane prizme, a na svim ostalim trostrane. Ako na liniji za snimanje postoje lomovi (u visinskom smislu) tada se snimanje vrši od početne točke do najbližeg preloma pa dalje od preloma do preloma. Za svaki odsječak vrši se odvojeno i mjerenje u suprotnom smjeru.

Dio apscisne linije od nožišne točke ordinate do kraja apscisne linije ne smije po veličini biti manji od ordinate, pri čemu dolazi u obzir korisni dio

tj. veći dio apscisne linije koji je služio kao osnova za spuštanje okomice.

Pri snimanju ortogonalnom metodom detaljne točke se mogu snimati neposredno i posredno tzv. kombinacijama. Neposredno snimanje je ono kada se snima sa poligonske strane ili linijske stranice linijske mreže.

Posredno je ono kada se kao linija za snimanje koristi pomoćna linija čije su obje ili samo jedna detaljna točka neposredno snimljene, a druga točka je snimljena na poligonsku ili linijsku stranu.

Zabranjeno je uzimati kao pomoćnu apscisnu liniju takvu liniju kojoj su jedna ili obje krajnje točke posredno snimljene detaljne točke.

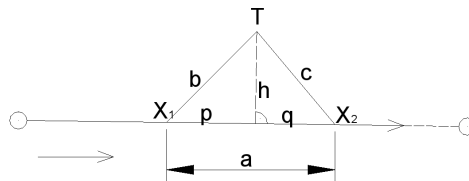
Svaka točka u kojoj se lomi granična linija kao i točke u kojima se sijeku granične linije posjeda (tromede ili četveromeđe) moraju biti neposredno snimljene sa linija poligonske ili linijske mreže.

U neizgrađenim područjima granične linije se mogu u izuzetnim slučajevima snimati posrednim putem, ali samo apscisnim odmjeranjem u dva smjera.

Krajnje snimljene točke moraju se osigurati kosim odmjeranjima ili snimljene s dvije različite linije snimanja i moraju se dogledati, a dužina linije ne smije prijeći 50m.

Ako su granice posjeda u pravcu, apscisna odmjeranja se uzimaju u jednom smjeru s tim da se na zgradama i parcelama moraju osim toga mjeriti i frontovi ili se na takvom potezu mjeri apscisno u dva smjera bez mjerenja frontova.

Ako se međna točka ne može snimiti zbog prepreke na okomici, ona se može snimiti indirektno na sljedeći način:



Slika 4.5: Snimanje uz prepreku na okomici

Mjere se kosa odmjeranja b i c koja sa apscisnom linijom zatvaraju kut

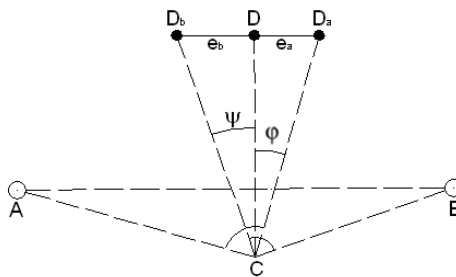
Ako se na jednoj ordinati nalazi više točaka detalja onda se one snimaju apscisno tako da je linija snimanja okomita na apscisu. Vrijednosti ordinata podvuku se jednom, a kraj dva puta.

Svaka detaljna točka mora se snimiti sa najbliže linije snimanja. Ako linija snimanja siječe graničnu liniju potrebno je i tu točku sjecišta snimiti.

Tablica maksimalnih dužina ordinata:

Razred	Frontovi do ulice	Međne točke	Granice kultura
	Maksimalna dužina ordinate		
A	10 m	20 m	40 m
B	15 m	25 m	40 m
C	20 m	25 m	50 m

Okomice treba dizati na dulju stranu apscise jer je pogreška koja nastaje zbog eventualne pogreške nožišta okomice (točka C) daleko manja (slika 4.6).

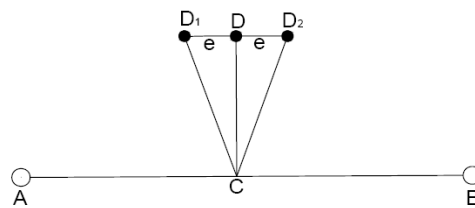


Slika 4.6: Utjecaj pogreške nožišta okomice. $\varphi < \psi$, odnosno $e_a < e_b$

4.1.1.1 Ispitivanje prizmi

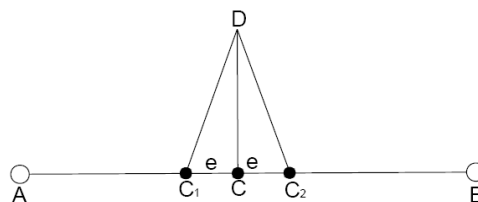
Na horizontalnom terenu iskolčimo dužinu 80-100 metara. Ispitivanje prizmi vrši se podizanjem ili spuštanjem okomica.

1. Podizanjem okomice (slika 4.7) na terenu se približno na sredini dužine odabere točka c i podigne okomica dužine oko 50 metara gledanjem slike trasirke u jednoj krajnjoj točki i obilježi njen položaj sa D1, zatim se podigne okomica gledanjem slike trasirke u drugoj krajnjoj točki i obilježi njen položaj sa D2. Ako točke D1 i D2 padnu na isto mjesto prizma je ispravna:
2. Spuštanjem okomice (slika 4.8) najprije se na terenu iskolči točka D na udaljenosti od 50 metara pod pravim kutom na dužinu AB. U točki D postavi se trasirka u vertikalni položaj i spusti okomica gledajući sliku trasirke u jednoj krajnjoj točki i obilježi nožište okomice sa C1. Zatim se spusti okomica gledajući sliku trasirke u drugoj krajnjoj točki. Ako



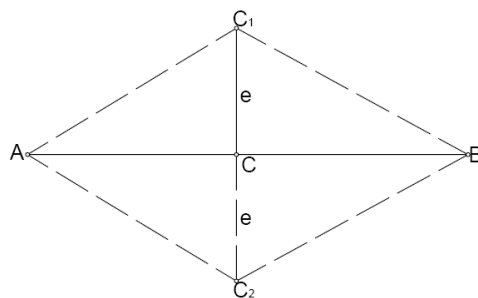
Slika 4.7: Dizanje okomice

se točka C_1 poklopi s točkom C_2 , prizma je ispravna. ako se točke C_1 i C_2 odnosno D_1 i D_2 ne poklapaju, onda se točka D , odnosno C , koja se nalazi u sredini, nalazi na okomici, odnosno nožištu okomice.



Slika 4.8: Spuštanje okomice

Dvostruke trostrane ili peterostrane prizme ispituju se da li daju kutove od 180° . U tu svrhu potrebno je stati u sredinu iskolčene strane od 100 metara. Sada se koincidirajući slike trasirke na krajevima iskolčene strane obilježi točka C_1 . Zatim se okrenemo za 180° i na taj način se zamijene slike trasirke u prizmi. Koincidiranjem slika obilježi se točka C_2 . Ako dvostruka prizma daje kut od 180° , točke C_1 i C_2 će se poklopiti.



Pravilnik za državnu izmjeru propisuje da se mogu koristiti prizme ako vrijedi:

1. Pri dužini ordinate od 50 metara e mora biti manji od 6 cm, ako smo prethodno točku D odnosno C iskolčili instrumentom.
2. Ako je AB jednako 200 m, tada e mora biti manji od 24 cm

4.1.2 Kontrolna mjerenja

Za važnije detaljne točke snimljene ortogonalnom metodom pored apscise i ordinate mjere se i kosa odmjeranja na centimetar točno. Obavlja se također i mjerenje frontova. Front je udaljenost između dvije snimljene susjedne detaljne točke koje pripadaju istom objektu ili granici vlasništva. Mjere se horizontalno izuzev u jako strmim terenima gdje se pored vrijednosti fronta upisuje slovo k (što znači da je to kosa dužina) npr. $(27.98/k)$. Reducirana vrijednost fronta izračuna se naknadno kad se odrede nadmorske visine njegovih krajnjih točaka. Ako se front ne može direktno mjeriti osigura se na neki drugi način kao npr.

- Poprečnim odmjeranjem od snimljenih detaljnih točaka ili geodetskih točaka
- Snimanjem krajnjih točaka sa dvije linije snimanja.

4.1.3 Računanje koordinata točaka na liniji

Koordinate pojedinih snimljenih detaljnih točaka ili malih točaka na liniji i okomici mogu se izračunati preko poznatih koordinata točaka A (y_A, x_A) i B (y_B, x_B) . Na osnovu izmjerenih apscisa d_1, d_2, \dots izračunaju se koordinate malih točaka na liniji kao i koordinate nožišta okomica spuštenih sa svake detaljne točke na liniju mjerenja. Koordinate točaka 1 i 2 izračunat će se na sljedeći način:

Zbog neizbježnih pogrešaka mjerenja i korekcija, mjerena duljina neće biti jednaka duljini dobivenoj iz koordinata:

$$\sum_{i=1}^n d_i \neq D$$

gdje je:

$$D = \sqrt{(y_B - y_A)^2 - (X_B - X_A)^2}$$

Nesuglasica će biti:

$$f_D = D - \sum_{i=1}^n d_i = D - D'$$

gdje je

$$D' = [d'] = \sum_{i=1}^n d'_i$$

Ako se izračunaju popravke mjerenih duljina:

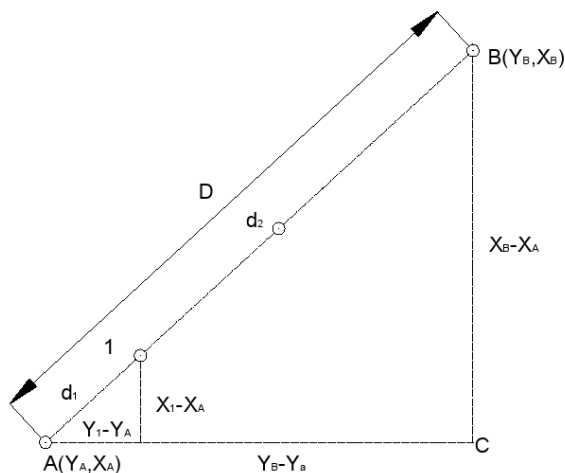
$$f_D = T - I$$

$$v_i = \frac{f_D}{D'} d'_i$$

točne dužine dobit će se kada se popravke v_i dodaju izmjerenim i nereduciranim duljinama:

$$d_i = d'_i + v_i$$

Sa slike 4.9, iz sličnosti trokuta ABC se vidi:



Slika 4.9: Računanje koordinata točaka na liniji

$$(y_B - y_A) : D = (y_1 - y_A) : d_1 \quad (x_B - x_A) : D = (x_1 - x_A) : d_1$$

$$y_1 - y_A = \frac{y_B - y_A}{D} d_1 = p d_1 \quad x_1 - x_A = \frac{x_B - x_A}{D} d_1 = q d_1$$

To znači da ako apscise pomnožimo sa koeficijentima p i q , dobit ćemo koordinatne razlike, a dodavanjem tih koordinatnih razlika koordinatama početne točke dobijemo koordinate svake detaljne točke na apscisi.

Kontrola računanja koeficijenata p i q :

$$p^2 + q^2 = \frac{\Delta y^2}{D^2} + \frac{\Delta x^2}{D^2} = \frac{\Delta y^2 + \Delta x^2}{D^2} = 1$$

Za kontrolu računanja koordinatnih razlika moraju biti zadovoljene jednadžbe:

$$[\Delta y] = y_B - y_A = \frac{y_B - y_A}{D} \sum_{i=1}^n d_i$$

$$[\Delta x] = x_B - x_A = \frac{x_B - x_A}{D} \sum_{i=1}^n d_i$$

Nakon kontrole koordinatnih razlika Δy i Δx , koordinate detaljnih točaka biti će:

$$Y_1 = y_A + \Delta y_1$$

$$X_1 = x_A + \Delta x_1$$

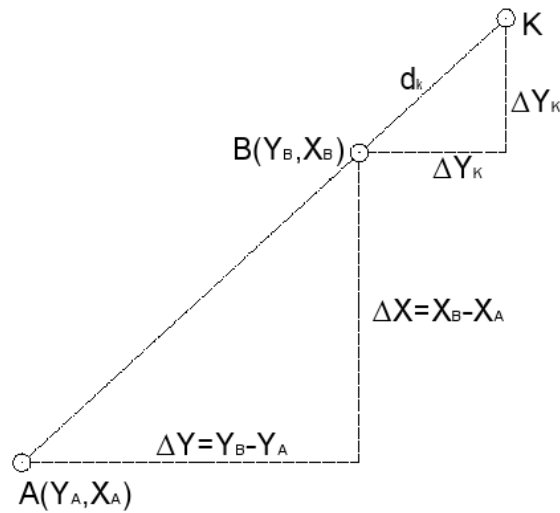
Kontrola računanja koordinata:

$$y_B = y_n + \Delta y_{n+1}$$

$$x_B = x_n + \Delta x_{n+1}$$

4.1.4 Računanje koordinata na produžetku linije

Koordinate malih točaka na produžetku linije računaju se u principu na isti način kao male točke na liniji.



Slika 4.10: Računanje koordinata na produžetku linije

Prema slici 4.10, koeficijenti p i q određuju se na isti način kao i prije:

$$p = \frac{y_B - y_A}{D} \quad q = \frac{x_B - x_A}{D}$$

a koordinate malih ili detaljnih točaka:

$$y_K = y_B + \Delta y_K$$

$$x_K = x_B + \Delta x_K$$

gdje je

$$\Delta y_K = p d_K$$

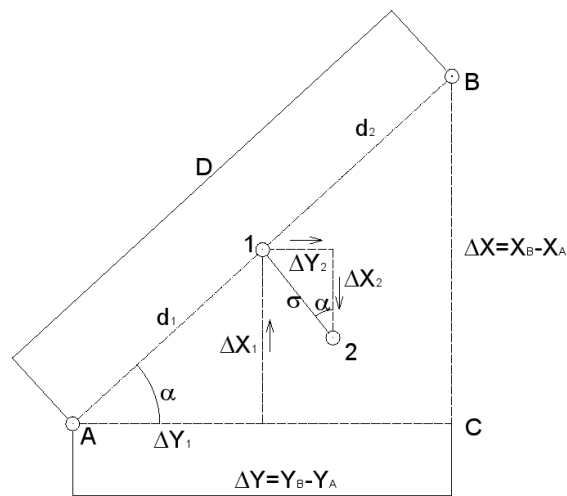
$$\Delta x_K = q d_K$$

Ako je pravac produžetka linije identičan sa smjerom računanja, a ako je smjer snimanja obrnut od smjera računanja, onda bi koordinatne razlike bile:

$$\Delta y_K = -pd_K$$

$$\Delta X_K = -qd_K$$

4.1.5 Računanje koordinata detaljnih točaka na okomici



Slika 4.11: Računanje koordinata detaljnih točaka na okomici

Prilikom snimanja ortogonalnom metodom izmjere se apscise d_1, d_2, \dots, d_n i okomice o_1, o_2, \dots, o_n . Sve izmjerene dužine se reduciraaju na poznati način i računaju se koordinatne razlike:

$$\Delta y_1 = pd_1$$

$$\Delta x_1 = qd_1$$

pri čemu se koeficijenti p i q računaju na poznati način, a koordinatne razlike Δy_2 i Δx_2 iz odnosa trokuta ABC i trokuta 12D:

$$\Delta X_2 : o = \Delta Y : D$$

odnosno:

$$\frac{\Delta y_2}{o} = \frac{\Delta x}{D} = q$$

Na isti način se dobije:

$$\frac{\Delta x_2}{o} = \frac{\Delta y}{D} = p$$

pa će koordinatne razlike između točaka 1 i 2 biti:

$$\Delta y_2 = qo$$

$$\Delta x_2 = po$$

Iz slike je vidljivo da će koordinate točke 2 biti:

$$y_2 = y_A + \Delta y_1 + \Delta y_2$$

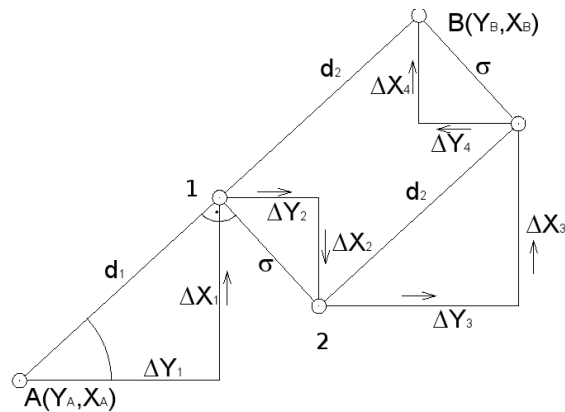
$$x_2 = x_A + \Delta x_1 - \Delta x_2$$

Ako u ovaj izraz uvrstimo prijašnje oznake, dobit ćemo:

$$y_2 = y_A + pd_1 + qo$$

$$x_2 = x_A + qd_1 - po$$

Kontrola računanja koordinata točke 2:



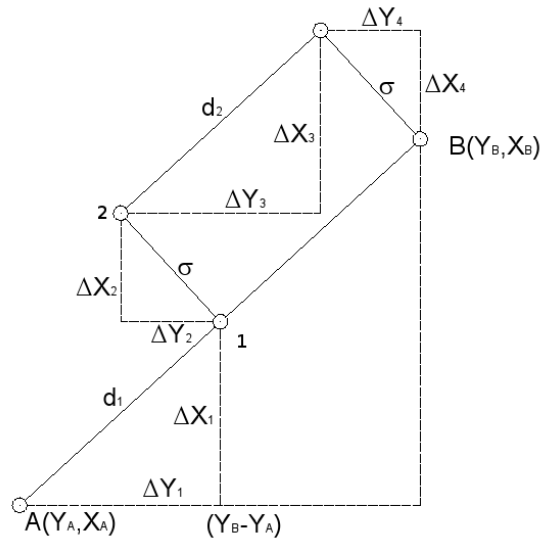
Slika 4.12: Slučaj A (točka 2 s desne strane linije mjerenja)

Slučaj A: (slika 4.12)

$$y_2 = y_A + \Delta y_1 + \Delta y_2$$

$$x_2 = x_A + \Delta x_1 - \Delta x_2$$

$$\begin{aligned}\Delta y_3 &= pd_2 \\ \Delta y_4 &= qo \\ y_B &= y_2 + \Delta y_3 - \Delta y_4 \\ x_B &= x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 \\ y_B &= y_2 + pd_2 - qo \\ x_B &= x_2 + qd_2 + po\end{aligned}$$



Slika 4.13: Slučaj B (točka 2 s lijeve strane linije mjerenja)

Slučaj B: Mala točka se nalazi s lijeve strane linije mjerenja (slika 4.13)

$$\begin{aligned}y_2 &= y_A + \Delta y_1 - \Delta y_2 = y_A + pd_1 - qo \\ x_2 &= x_A + \Delta x_1 + \Delta x_2 = x_A + qd_1 + po \\ \Delta y_3 &= pd_2 \\ \Delta y_4 &= qo \\ y_B &= y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4 \\ x_B &= x_2 + \Delta x_3 - \Delta x_4\end{aligned}$$

$$y_B = y_2 + pd_2 + qo$$

$$x_B = x_2 + qd_2 - po$$

Napomena:

1. Položaj točke 2 na okomici određen je bez mogućnosti kontroliranja izmjerene dužine okomice jer nema matematičkog uvjeta za koordinatne razlike Δy_2 i Δx_2 .
2. Tijek računanja većeg broja detaljnih točaka na okomici treba obuhvatiti sve detaljne točke na pravcu i okomici.
3. Formule (A) vrijede za računanje koordinata točaka na okomici koje se nalaze sa desne strane u odnosu na smjer računanja. Ako se točke nalaze sa lijeve strane, onda važe formule (B):

$$y_2 = y_A + pd_1 - qo$$

$$x_2 = x_A + qd_1 + po$$

Zato se izraz (A) može koristiti uvijek, uz uvjet da okomice sa desne strane linije imaju predznak (+), a s lijeve predznak (-).

Na osnovu ovih formula mogu se računati koordinatne razlike između početne (date) točke A i detaljne točke. Kako se svaka detaljna točka računa nezavisno, to je potrebno računanje ponoviti još jednom.

Međutim, postoji mogućnost da se između dvije susjedne točke odredi koordinatna razlika pa kada se ta koordinatna razlika doda onoj prethodnoj, dobit će se koordinate točke.

Neka su koordinate detaljnih točaka:

$$y_{i-1} = y_A + pd_{i-1} + qo_{i-1}$$

$$y_i = y_A + pd_i + qo_i$$

$$x_{i-1} = x_A + qd_{i-1} - po_{i-1}$$

$$x_i = x_A + qd_i - po_i$$

Njihove razlike su:

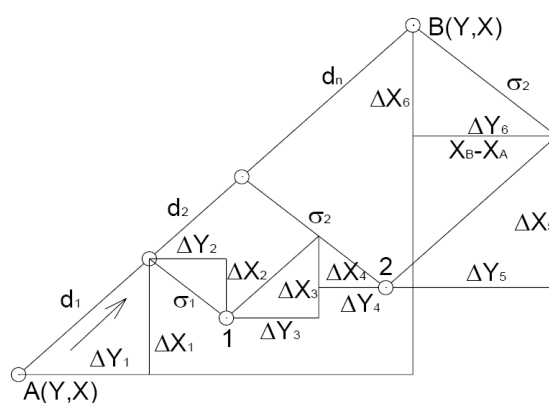
$$y_i - y_{i-1} = p(d_i - d_{i-1}) + q(o_i - o_{i-1})$$

$$x_i - x_{i-1} = p(d_i - d_{i-1}) - p(o_i - o_{i-1})$$

Koordinate detaljnih točkaka su:

$$y_i = y_{i-1} + p(d_i - d_{i-1}) + q(o_i - o_{i-1})$$

$$x_i - x_{i-1} = p(d_i - d_{i-1}) - p(o_i - o_{i-1})$$



$$y_2 = y_A + \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4$$

$$x_2 = x_A + \Delta x_1 - \Delta x_2 + \Delta x_3 - \Delta x_4$$

$$\Delta y_1 = p d_1$$

$$\Delta y_2 = q o_1$$

$$\Delta x_1 = q d_1$$

$$\Delta x_2 = p o_1$$

$$\Delta y_3 = p(d_2 - d_1)$$

$$\Delta y_4 = q(o_2 - o_1)$$

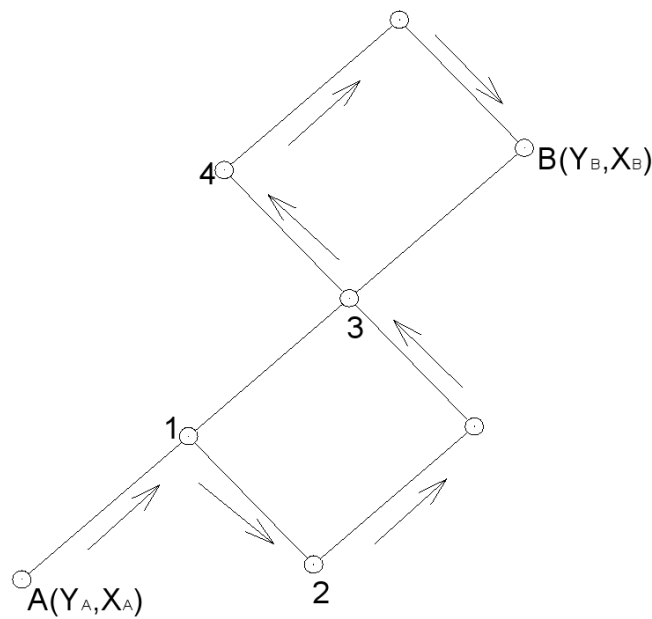
$$\Delta x_3 = q(d_2 - d_1)$$

$$\Delta x_4 = p(o_2 - o_1)$$

Koordinatne razlike između točaka 1 i 2 iznose:

$$\Delta y_{1-2} = p(d_2 - d_1) + q(o_2 - o_1)$$

$$\Delta x_{1-2} = q(d_2 - d_1) - p(o_2 - o_1)$$

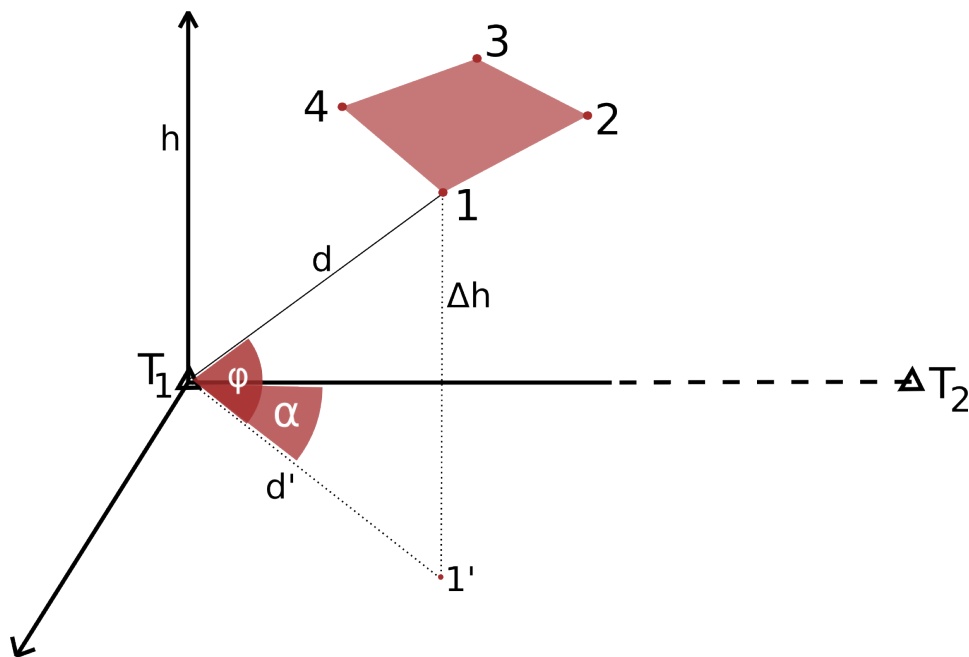


Slika 4.14: Tijek računanja

4.2 Polarna metoda

Detalj se, osim ranije opisanom ortogonalnom metodom, može snimiti i polarnom metodom. Dok se ortogonalnom metodom mjere na terenu relativne ortogonalne koordinate pojedinih točaka detalja s obzirom na neke linije snimanja (poligonske stranice, linije linijske mreže) polarnom se metodom mjere relativne polarne koordinate pojedinih točaka detalja s obzirom na neke točke (poligonske ili GPS točke) i neke početne smjerove s tih točaka (poligonske stranice).

Tako će prostorne polarne koordinate detaljne točke 1 (slika 4.15) s obzirom na točku T_1 i smjer od nje prema točki T_2 biti horizontalni kut α , vertikalni kut φ i kosa dužina d . Dužina d mjeri se kod polarnog snimanja detalja indirektno, pomoću elektronskog daljinomjera (totalna stanica). Budući da se za njenu redukciju na horizont mjeri ujedno i vertikalni kut



Slika 4.15: Polarna metoda

φ , polarnom metodom se dobiva ujedno i horizontalni i vertikalni snimak terena. Kako se detalj onom metodom snima mjerenjem horizontalnih i vertikalnih kutova te elektronskim mjerenjem dužina, tahimetrija se primjenjuje prvenstveno u izmjeri na neravnom, brežuljkastom i brdovitom terenu, tamo gdje bi ortogonalna metoda bila neekonomična a često i nemoguća. Tahimetrija se međutim može primijeniti i na ravnom terenu, kad bi s obzirom na karakter detalja (gustoća parcela, izgrađenost, itd.) trebalo razviti gustu odnosno kompliciranu linijsku mrežu za ortogonalno snimanje. Naročito se polarnom metodom vrši izmjera poljoprivrednog zemljišta, na izvangrađevnim površinama uopće, te na izmjeri za tehničke potrebe, pri projektiranju i građenju cesta i željeznica, pri izgradnji hidrocentrala, itd.

Polarne koordinate točke 1 s obzirom na točku T_1 i smjer prema točki T_2 biti će:

α ... horizontalni kut

φ ... vertikalni kut

d ... kosa udaljenost

Iz ovih izmjerenih veličina možemo dobiti horizontalnu udaljenost d i visinsku razliku Δh točaka T_1 i 1:

$$d' = d \cos \varphi$$

$$\Delta h = d \sin \varphi + i - r = d' \tan \varphi + i - r$$

gdje je:

i ... visina instrumenta

r ... visina signala

Dakle, polarnom metodom snimanja detaljnih točaka istovremeno dobivamo horizontalni i vertikalni prikaz terena, a sve tri veličine (α, φ, r) mjerimo teodolitom (u novije vrijeme totalnom stanicom) i prizmom.

Polarna metoda, s obzirom na konfiguraciju terena, ima prednost pred ortogonalnom metodom na neravnom, brežuljkastom i brdovitom terenu, ali i na ravnom terenu, ako je zbog preizgrađenosti kompliciran razvoj linijske mreže za ortogonalno snimanje.

4.2.1 Razvijanje poligonske mreže

4.2.1.1 Karakteristike poligonskih mreža 1. reda

Poligonska mreža se razvija po principu "iz velikog u malo". Poligonska mreža prvog reda razvija se po principu grupnog učvoravanja. Mreže 1. reda imaju sljedeće karakteristike:

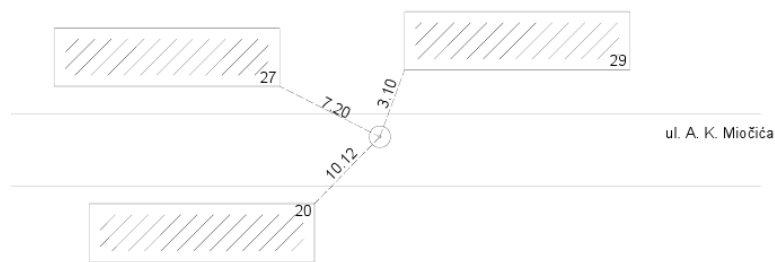
- Dužina strana 100 – 300 m (u prosjeku oko 200 m)
- Broj strana u vlaku 3 – 10 (u prosjeku 6)
- Dužina vlaka od 400 – 2000 m (u prosjeku 1200 m)

4.2.1.2 Numeriranje poligonskih točaka

Poligonske točke se numeriraju po katastarskim općinama od broja 1 do 999. Ako poligonsku mrežu razvijamo u gradu i izvan grada numeriraju se prije točke u gradu zatim one izvan grada (nastavno na zadnji broj točke u gradu). Gradske poligonske mreže numeriraju se i postavljaju bez obzira na k. o., što isto vrijedi i za vlakove koji služe za snimanje autoputa, željezničke pruge ili vodotoka.

4.2.1.3 Položajni opis poligonskih točaka

Nakon stabilizacije poligonskih točaka za svaku poligonsku točku treba sastaviti topografski opis njenog položaja i prikupiti sve podatke koji će omogućiti da se točke mogu lako pronaći kad se za to ukaže potreba. Opis položaja poligonskih točaka se vrši u trigonometrijskom obrascu br. 27. Slika 4.16 pokazuje primjer opisa položaja poligonske točke.



Slika 4.16: Opis položaja poligonske točke

4.2.1.4 Skica poligonske mreže i plan računanja

Skica poligonske mreže se radi za svaku katastarsku općinu u mjerilu 1:10000, 1:5000 ili 1:20000, ovisno o gustoći mreže. Veličina odnosno format skice je ovisan o veličini K.O. i može biti 100 x 70 cm ili 70 x 50 cm. Skica sadrži decimetarsku mrežu sa ispisanim rubnim koordinatama. Znakovi za poligonske točke se ispisuju crnim tušem, promjer kruga je 1.5 mm. Granica K.O. se iscrtava zelenim tušem. Linije se crtaju crnim tušem debljine 0.1 mm, a stranice određene indirektno poprečnom crtom u sredini.

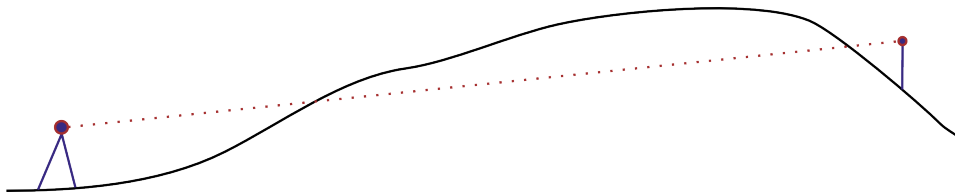
Na skici poligonske mreže sastavlja se i plan računanja povlačeći paralelno s poligonskim stranama na 1 mm razmaka liniju debljine 0.1 mm crvenim tušem sa strelicom na kraju, kružićem 0.5 mm promjera na početku, sa strane na kojoj su i mjereni poligonski kutovi. Prvo se izradi plan računanja za sve poligonske vlakove osnovne mreže, a zatim za vlakove dopunske mreže. Svaki se vlak numerira i to najprije vlakovi osnovne mreže, a zatim ostali vlakovi. numeriranje se vrši od broja 1 pa dalje za svaku K.O. Brojevi vlakova se ispisuju crvenim tušem veličine 2 mm, linija pisanja je paralelna s y osi i broj je zaokružen crvenim tušem. Ispod ili pokraj broja svakog vlaka upisuje se crnim tušem njegov redni indeks.

4.2.2 Razvijanje i mjerenje poligonske mreže za tahimetriju

Pri razvijanju poligonske mreže za tahimetriju, osim na uvjete koje moraju poligonski vlakovi ispuniti, a o kojima će dalje biti govora, treba obratiti pažnju i na neke specifične slučaje koje ovdje dolaze do izražaja. Budući da je tahimetrija takva metoda mjerenja kojom se dobiva i horizontalna i vertikalna predstava terena, a detalj se snima mjerenjem polarnih koordinata detaljnih točaka, treba pri projektiranju poligonske mreže prvenstveno voditi računa o tome, gdje će se postaviti poligonska točka. Za snimanje detalja (za razliku od ortogonalne metode) nije važno kako je smještena poligonska stranica. Prema tome će se i poligonska mreža razviti tako da se s nje može snimiti sav predviđeni teren. Kod snimanja za komunikacije (ceste i željeznice) teren koji treba snimiti bit će manje-više uski pojas uzduž postojeće ili buduće prometnice, pa će se tu projektirati poligonski

vlak tim pojasom. Poligonska mreža za tahimetrijsko snimanje vezat će se, dakako za triangulaciju ili GPS točke, odnosno točke s poznatim koordinatama. Iznimku čini snimanje manjih, zatvorenih teritorija (do 150 ha) gdje nema poznatih točaka, a nisu bitne koordinate niti apsolutne visine detaljnih točaka. Tu se može postaviti samostalna poligonska mreža. Pri izboru mjesta za poligonsku točku treba imati u vidu sljedeće:

1. da s poligonskih točaka mora biti moguće snimiti detalj potpuno. To znači da za instrument ne smiju postojati tzv. mrtvi prostori, koji se ne bi mogli snimiti s poligonske točke (primjer neispunjenosti ovog uvjeta je na slici 4.17).



Slika 4.17: Neispunjen prvi uvjet za izbor poligonskih točaka

Radi toga treba za poligonske točke birati dominantna mjesta terena, s kojih postoji dobar pregled do detaljnih točaka. Ako je teren tako razveden, da se detalj mjestimično ne bi mogao snimiti s točaka osnovne poligonske mreže, može se izvjestan detalj snimiti s točaka slijepog poligonskog vlaka koji može imati najviše dvije stranice.

2. Da udaljenosti detaljnih točaka od poligonskih, s kojih se snimaju, ne smiju prijeći kod pretpostavljene točnosti snimka stanoviti maksimalni iznos.

Budući da se tahimetrijom snima i situacija i konfiguracija, treba za svaku poligonsku točku odrediti kootdinate i nadmorsku visinu. Mjerenje kutova i dužina može se izvesti prije snimanja detalja, a može se to izvesti i uz snimanje što je danas češći slučaj. Svi prijelomni, vezni i vertikalni kutovi mjere se u dva položaja durbina. Visinske razlike poligonskih točaka dobiju se trigonometrijskim mjerenjem visinskih razlika. Pri mjerenju vertikalnog kuta najbolje je sa stajališta vizirati na vertikalno postavljenu prizmu koja je na istoj visini s kao i horizontalna osovina instrumenta iznad stabilizirane točke i . U tom će slučaju visinska razlika biti

$$\Delta h = d \tan \varphi + i - s = d \tan \varphi$$

Apsolutne će se visine poligonskih točaka izračunati priključivanjem poligonskog vlaka na točke poznate po visinama (triangulacijske, GPS ili poligonske). Suma trigonometrijski određenih visinskih razlika poligonskih

točaka smije se u vlaku (po još uvijek važećim starim propisima) razlikovati od visinske razlike *zadane* početne i završne točke najviše

$$f_{Hmax} = \Delta H = 4d_0\sqrt{r} + K$$

gdje je

- d_0 . . . prosječna dužina stranica u vlaku ($d_0 = \frac{[d]}{r}$) u hektometrima kao jedinici
- r . . . broj stranica u poligonskom vlaku
- K . . . adicioni član zavisao o tome, na koji su način određene visine zadanih točaka i to:
 - $K=8$ cm ako su visine početne i završne točke određene trigonometrijski
 - $K=5$ cm ako je visina jedne od *zadanih* točaka određena trigonometrijski a druga nivelmanom
 - $K=2$ cm ako su visine obiju krajnjih točaka vlaka određene nivelmanom

Visinska nesuglasica f_H (ukoliko je manja) od maksimalnog iznosa) raspodijeli se na visinske razlike pojedinih stranica proporcionalno dužinama tih stranica, te se visine poligonskih točaka izračunaju s tako popraavljenim visinskim razlikama. Primjer računanja visine poligonskih točaka (zapisnik K) izložen je na tablici.

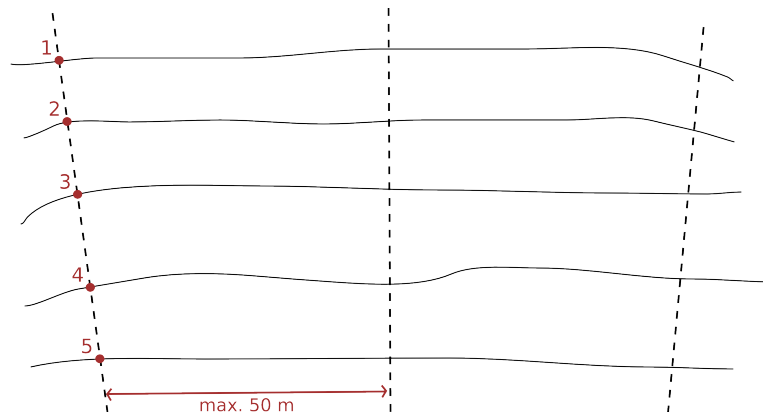
4.2.2.1 Snimanje detalja

Budući da se uz tahimetrijsko snimanje detalja vodi najčešće skica snimanja treba prije početka terenskog rada pripremiti skice izmjere. Pri tahimetrijskom snimanju većih i zatvorenih površina, koje treba snimiti na poligonu mrežu priključenu na triangulaciju skice se firmiraju prema podjeli snimanog teritorija na detaljne listove. Poslije rekognosciranja terena i određivanja poligonskih točaka na skice se nanese po koordinatama sve poznate točke (triangulacijske, GPS ili poligonske). Zatim se grubo, olovkom, skiciraju važniji detalji (komunikacije, objekti, itd.) radi toga da detalj koji se crta sukcesivno uz snimanje ne bi ispao previše karikirano.

Ako se poligonski kutovi i dužine stranice mjere pri samom snimanju detalja, poligonske se točke nanose na skicu po izmjerenim kutovima i dužinama. Pri tahimetrijskom snimanju uskih i dugih terenskih pojasa, što je slučaj kad se snimaju komunikacije i vodotoci, teren se na skici može podijeliti tako da skice leže svojim duljim dimenzijama uzduž snimanog objekta.

Na sve karakteristične točke detalja redom se postavlja prizma i na nju se očitava horizontalni i vertikalni kut te dužina.

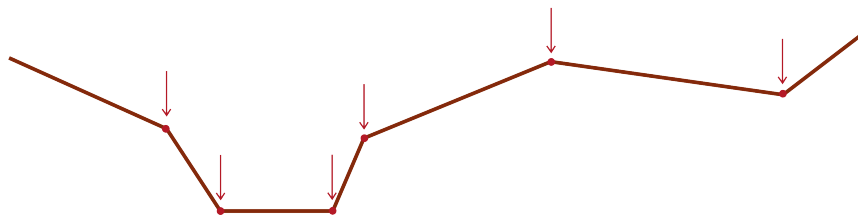
Osim detaljnih točaka situacije snimit će se još i čitav niz točaka koje karakteriziraju teren u vertikalnom smislu. Izbor točaka koje će se snimiti za vertikalnu silku terena vrši se tako da sa što manje snimljenih točaka bude teren visinski što bolje predstavljen. Ove će se točke izabrati po linijama najvećeg pada terena, tj. okomito na slojnice, tako da će se na terenu snimiti čitav niz profila (slika 4.18).



Slika 4.18: Snimanje niza profila

Po terenu se profili snimaju na svim vododjelnicama, uvalama, po linijama prijevoja (gdje slojnice imaju infleksiju) i po linijama pada nerazvijenog reljefa. Gustoća profila ovisit će o konfiguraciji terena. Na slabije razvedenom terenskom reljefu postavljat će se profili rjeđe, a na razvedenom gušće.

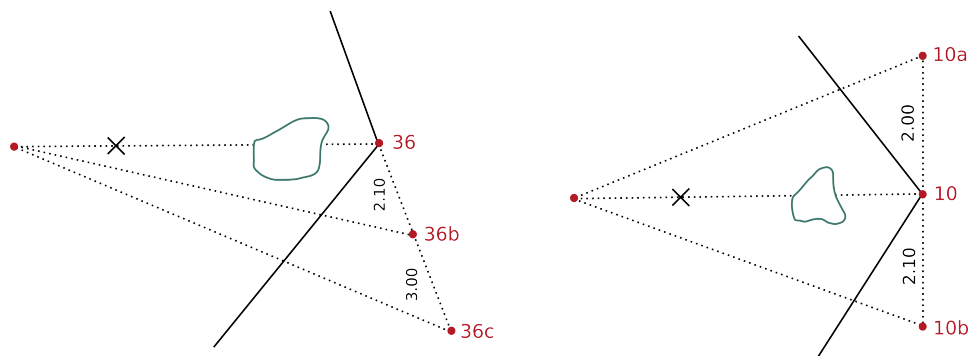
Svakako treba profile postavljati tako gusto, da se slojnice između njih mogu smatrati pravcima (slika 4.18). Ipak se na jednoličnom padu terena profili ne postavljaju pri snimanju za planove krupnijeg mjerila na razmacima većim od 50 metara. Na svakom profilu snimit će se toliko točaka, da se slojnice između svakog para susjednih točaka mogu interpolirati linearno. To znači da će se po svakom profilu snimiti sve točke, u kojima se teren u vertikalnom smislu lomi.



Slika 4.19: Snimanje točaka po profilu

Svakako će se snimiti granica između terena i umjetnih objekata (usjeka, otkopa, materijalnih gama, deponija materijala i sl.). Stepenice terena, odroni, itd. snimaju se po gornjem i donjem rubu, s dvije točke. Trase na

terenu snimaju se jednom linijom (ukoliko je potporni zid manje-više vertikalno) točkama po gornjoj ili donjoj strani potpornog zida, a u skici se naznači dubina, odnosno visina terena. Za točke za vertikalnu predstavu terena nikako se ne smiju uzimati privremene neravnosti terena (navezena zemlja ili drugi materijali, itd.). Na poligonsku točku s koje se snima detalj postavi se totalna stanica, centrirana ga se i horizontira i provjeri njegova rektificiranost. Poslije toga se izmjeri visina instrumenta od stabilizirane točke do horizontalne osi durbina i visina prizme koju je najbolje namjestiti na izmjerenu visinu instrumenta. Detaljne se točke, redom kako se snimaju, ucrtavaju u skicu i numeriraju redom snimanja od 1 do 999 i opet od 1 dalje. Događa se da se prema prizmi, postavljenoj na detaljnu točku uslijed zaraštenosti terena ne mogu očitati kut i dužina. Prizma se tada može izdignuti na pogodnu visinu iznad detaljne točke, a u zapisnik mjerenja treba kod te točke upisati koliko je bila izdignuta radi kasnijeg računanja visine točke. Često se događa da se iz bilo kojeg razloga prizma ne može postaviti na točku koju treba snimiti, ili se na točku postavljena prizma ne vidi sa stajališta. Tu se onda mogu snimiti dvije točke, tako da snimana točka leži na njihovoj spojnici ili produženju (slika 4.20), a odmjeravanjem po toj spojnici ili produženju odredi se položaj te točke. Pri snimanju zgrada kut se mjeri na rub zgrade a dužina na prizmi.



Slika 4.20: Snimanje zgrada

Poslije završenog snimanja detalja na poligonskoj se točki ponovnim viziranjem na susjedne poligonske točke kontrolira da li je instrument za vrijeme rada na tom stajalištu ostao nepomičan. U slučaju velikog broja detaljnih točaka koje treba snimiti s jednog stajališta ta se kontrola vrši i češće (poslije svakih 40-50 snimljenih točaka) u toku samog snimanja detalja. Snimanje važnih točaka detalja kontrolirat će se izravnim mjerenjem frontova, poprečnim i kosim odmjeranjem koje se vrši horizontalno.

Cesta se snima po profilima, a njihov razmak ovisan je o mjerilu u kojem se prikazuje. Za mjerilo 1:2500 i 1:2000 razmak je 100 m, a za mjerila 1:1000 i 1:500 razmak je 50 m.

Prije početka izgradnje prometnih objekata vrši se otkup zemljišta od posjednika za potrebe izgradnje prometnih objekata – eksproprijacija (izvlašćenje). Granice se označe međnim kamenjem na svakih 30-50 m ako je pravac, a u krivini ovisno o izrazu

$$l = 0.2\text{mm} \cdot M$$

Kod drvoreda koji su u pravcu snima se prvo i zadnje drvo, a položaj ostalih određuje se apscisnim snimanjem.

Sve druge krive linije snimaju se potrebnim brojem točaka kako bi se mogle što vjernije predstaviti konstrukcijom pomoću šestara. Npr. silosi, cisterne plina, nafte ili benzina, okretnice za lokomotive, kružne bazene itd. treba snimiti pomoću izvjesnog broja točaka na samoj periferiji objekta tj. pomoću tetivnog mnogokuta ili pomoću tangencijalnog mnogokuta.

Uski putevi snimaju se sa dvije linije ako je put širi od $0.5\text{mm} \cdot M$.

Potok se snima uvijek bez obzira na dubinu, samo je pitanje da li s jednom ili s tri točke. Ako je širina od sredine potoka do ruba veća od $0.5\text{mm} \cdot M$ snima se s tri točke, u protivnom samo s jednom. Kanale snimamo samo ako su dublji od 0.5m. Ako granica vlasništva ide jednom stranom toga uskog objekta čija je širina manja od $0.5\text{mm} \cdot M$ snima se ta strana a topografskim ključem se označi.

Ako granica vlasništva ide sredinom potoka, jarka ili nasipa, snimaju se sve prijelomne točke u kojima se granična linija lomi. U potoku i jarku granica vlasništva spaja najdublja mjesta, a na nasipu ide grebenom ili sredinom krune.

Za potoke se bez obzira na dubinu snima sredina i obje ivice, ali samo ako udaljenost između sredine ivice iznosi $0.5\text{mm} \cdot M$ ili više, a u protivnom snima se samo srednja linija (granica vlasništva) i pored nje stavlja topografski znak.

Kanali, šanci i rovovi se uopće ne snimaju ako im je dubina manja od 0.5 m, a snimat će se s jednom odnosno tri linije ovisno o širini.

Manji nasipi – bedemi snimaju se samo ako im visina iznosi bar 0.5 m ili više, i za njih se snima samo srednja linija.

4.3 Fotogrametrijska metoda

Fotogrametrijska metoda je metoda mjerenja pomoću koje se iz fotogrametrijskih snimaka izvodi oblik, veličina i položaj snimljenog predmeta. Fotogrametrijska izmjera je metoda izmjere u kojoj se u osnovi upotrebljavaju snimci, bilo snimljeni iz zraka ili sa Zemlje, a snimak je slika stvorena djelovanjem svjetla na fotoosjetljivi sloj.

S obzirom na način izmjere snimaka, fotogrametrija se dijeli na:

- analognu,

- analitičku i
- digitalnu

Analogna fotogrametrija koristi se informacijama sadržanim na fotografijama, a izmjera se provodi optičko-mehaničkim uređajima. Analitička fotogrametrija koristi se informacijama sadržanim na fotografijama, a cjelokupna izmera je podržana računalom. Digitalna fotogrametrija koristi se informacijama sadržanim na digitalnoj slici uz izmjeru podržanu računalom. S obzirom na položaj kamere u prostoru, fotogrametrija se dijeli na:

- terestričku i
- aerofotogrametriju

Terestrička fotogrametrija koristi se za manja područja kao što su kanjoni, rijeka, strme padine, kamenolomi, klizišta, nasipi i dnevni kopovi. Uređaj kojim se izvodi izmjera je foto-teodolit, a sastoji se od fotografske kamere i teodolita.

Aerofotogrametrija je snimanje iz zraka, a sastoji se od:

- izradbe plana leta
- fotosignalizacije
- određivanja orijentacijskih točaka
- dešifriranja
- kartiranja

Poglavlje 5

Mjerenje duljina u geodeziji

5.1 Osnove mjerenja duljina

5.1.1 Osnovna jedinica za duljinu

Mjerenje dužina jedan je od osnovnih i neophodnih koraka u geodetskim poslovima. U RH je na snazi SI sustav jedinica i time je osnovna mjerna jedinica za duljinu **metar** koji je definiran duljinom puta koju u vakuumu prijeđe svjetlost za vrijeme od $1/299792458$ sekunde.

5.1.2 Metode mjerenja dužina

5.1.2.1 Uvod

Način mjerenja dužina ovisan je o više elemenata. U prvom redu o uvjetima na terenu, zahtijevanoj točnosti, raspoloživim instrumentarijem, itd. Mjerenja se obavljaju pri različitim vanjskim uvjetima i po unaprijed predviđenom postupku kojeg nazivamo metodom rada. Od preciznosti instrumenata, vanjskim uvjetima, metode rada i iskustva operatora, ovisi točnost mjerenja dužina. Interval točnosti s kojom treba mjeriti dužine je jako veliki: od desetinke milimetra do nekoliko decimetara. Kod preciznih mjerenja dužina se mjeri do na desetinku milimetra a kod najgrubljih radova do decimetra. Za svaku zadaću iz područja geodezije unaprijed se definira točnost mjerenja dužina, pa se na temelju toga vrši izbor instrumentarija i metoda rada, kao i ostalih uvjeta potrebnih da se ostvari željena točnost. Dužine se određuju na dva osnovna načina i to neposredno (direktno) i posredno (indirektno). Neposredne dužine se mogu odrediti

- čeličnom vrpcom,
- invarskom vrpcom ili žicom

Posredno dužine se mogu odrediti

- elektroničkim daljinomjerom,
- optičkim daljinomjerom,
- primjenom sinusova, kosinusova ili tangensova poučka i
- primjenom GPS tehnologije

5.1.2.2 Neposredno (direktno) mjerenje dužina

Neposredno se dužine mjere čeličnom vrpcom za mjerenje dužina. To je čelična vrpca dužine 20, 30 ili 50 m, širine 1-2 cm. Precizna geodetska mjerenja izvode se vrpčama ili žicama koje su izrađene od posebne legure zvane invar, koja se sastoji od 64% čelika i 36% nikla. Ta se legura odlikuje vrlo malim temperaturnim koeficijentom rastezanja ($\alpha = 0.000001$). Pribor za mjerenje dužina sastoji se od jedne ili više žica duljine 24 m ili invarske vrpce duljine 12 m. U prošlosti se koristi u triangulaciji dok danas više ne. Mjerenje dužina običnom čeličnom vrpcom kod nekih poslova i danas je nezamjenjiv. Pod pojmom neposrednog ili direktnog mjerenja podrazumijeva se postupak kojim se dobija broj koji označava koliko se puta jedinica mjere sadrži u mjerenoj dužini. Ovaj broj se naziva mjerni broj. Postupak mjerenja je jednostavan, a dobiveni rezultati mogu biti i točnosti do 1 milimetra. Na novim čeličnim vrpčama koje dolaze iz tvornice naznačena je njihova točna dužina pri stanovitoj temperaturi (15°C ili 20°C) i određenoj ili zatezanja (5 ili 10 N). Ako za vrpču takvi podaci nedostaju, ili se na njih ne može osloniti, treba prije početka terenskog rada odrediti točnu dužina vrpce kojom se mjeri – treba ju komparirati. Ako je temperatura pri mjerenju različita od one kod koje je dana dužina vrpce, treba najprije odrediti dužinu vrpce pri temperaturi mjerenja. Razlika u dužini vrpce uslijed različitih temperatura bit će

$$\Delta t = l_0 \alpha (t_m - t_0)$$

gdje je

- l_0 ... poznata dužina vrpce pri danoj temperaturi t_0
- t_m ... temperatura pri mjerenju
- α ... temperaturni koeficijent rastezanja čelika 0.000011

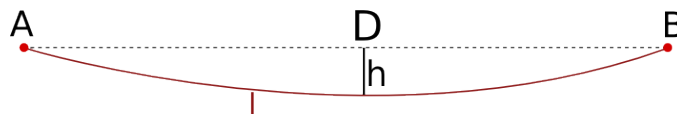
Ako se zatezanje vrpce vrši silom različitom od one kod koje je dana dužina vrpce, treba izračunati i promjenu dužine vrpce uslijed te razlike, po formuli

$$\Delta l_p = l_0 \frac{p_m - p_0}{E \cdot F}$$

gdje je

- p_m ... sila zatezanja pri mjerenju
- p_0 ... sila zatezanja dana uz dužinu vrpce
- E ... modul elastičnosti (Youngov koeficijent); za čelik $E=20000 \text{ kg/mm}^2$
- F ... površina presjeka vrpce

Ako vrpca ne leži na mjerenoj dužini i nije dobro zategnuta te visi u luku, bit će prema slici 5.1 razlika između dužine luka (vrpce) i tetive Δl .



Slika 5.1: Zatezanje vrpce i korekcija

5.1.2.3 Elektroničko mjerenje duljina

Princip elektroničkog mjerenja duljina zasniva se na mjerenju vremena koje je potrebno elektromagnetskom valu za prijelaz mjerene dužine u oba smjera. Na početnu točku dužine postavlja se instrument primopredajnik, a na krajnju točku reflektor. Uz pretpostavku da se elektromagnetski val širi pravocrtno konstantom brzinom C , dobivamo osnovnu jednadžbu za određivanje duljina D :

$$2D = c \cdot t$$

odnosno

$$D = \frac{1}{2}ct = Kt$$

gdje je

- t ... vrijeme potrebno mjernom signalu za prijelaz dužine dva puta – naprijed i natrag
- $K = \frac{1}{2}C$... multiplikacijska konstanta

Postupak mjerenja u principu je vrlo jednostavan ali je taj način mjerenja u konstruktivnim rješenjima i tehničkoj izvedbi vrlo složen. Razlog tome je velika brzina širenja elektromagnetskih valova, koji u vremenu samo jedne mikrosekunde prelazi oko 300 m.

Za točnost geodetskih mjerenja potrebno je stoga vremenski interval t mjeriti s izuzetno visokom točnosti, što je omogućeno tek općim tehnološkim razvojem u drugoj polovici 60-tih godina prošlog stoljeća. S druge strane

na mjerni signal i njegovu brzinu širenja utječe atmosfera kroz koju signal prolazi, svojim sastavom i nestabilnošću. Emitirani snop zračenja ima određenu divergenciju, pa će više ili manje, ovisno o veličini otvora snopa doći do štetnih refleksa s okolnih objekata ili terena, što daje lažne povratne signale odnosno utječe na kvalitetu prijema signala, a time i na točnost mjerenja. Za točnost mjerenja dužina kakva se traži u geodeziji potrebno je vrlo točno poznavati brzinu širenja elektromagnetskog vala. Stoga možemo smatrati da su se prvi počeci razvoja elektroničkog mjerenja duljina pojaviti zajedno s prvim pokusima određivanja brzine svjetlosti. Velika prekretnica u razvoju nastaje otkrićem galium-arsenid diode (Ga-As dioda) kao izvora i modulatora svjetlosti (1960. godine) što će smanjiti dimenzije instrumenta i ubrzati izuzetan razvoj prikladnih i praktičnih elektroničkih daljinomjera kratkog doseg, te laserskog izvora svjetlosti koji će omogućiti povećanje doseg elektrooptičkih daljinomjera.

Kako je za standardizaciju konstrukcije elektroničkih daljinomjera bilo nužno što točnije poznavati brzinu svjetlosti u vakuumu pa je 1957. godine na osnovi tada poznatih mjerenja, XI generalna konferencija Međunarodne geodetske i geofizičke unije u Torontu donosi preporuku za brzinu svjetlosti u vakuumu $c_0 = (299792.5 \pm 04)$ km/s. Na osnovi brojnih kasnijih mjerenja s visokom točnosti u specijalno opremljenim laboratorijima, XV generalna konferencija za mjere i utege svojom rezolucijom br. 2 donosi preporuku da se kao reprezentativna brzina elektromagnetskih valova u vakuumu upotrebljava vrijednost

$$c_0 = 299792458(1 \pm 4 \cdot 10^{-9})\text{m/s}$$

Ona je u definiciji prihvaćena kao konstanta, tj. kao nepogrešiva. Na osnovi te brojčane veličine definirana je 1983. godine i jedinica za duljinu metar.

5.1.2.4 Primjena sinusovog, kosinusovog i tangensovog poučka

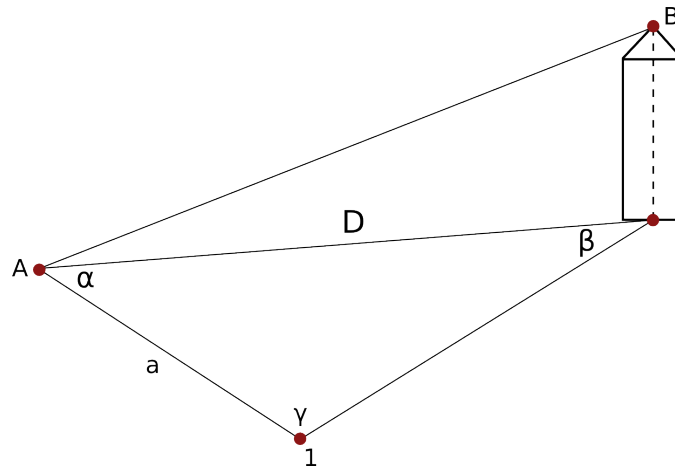
U slučaju da se na dužini koju želimo izmjeriti nalazi prepreka koja onemogućava izravno mjerenje dužine, ona se može dobiti posredno.

Ako je potrebno odrediti dužinu (horizontalnu) između točke A i točke B koju je nepristupačna (npr. toranj crkve). U tom slučaju izbaciti će se jedna pomoćna točka 1, tako da se dužina A1 može izmjeriti i horizontalni kutovi α i γ . Tražena dužina D dobit će se po sinusovom pravilu

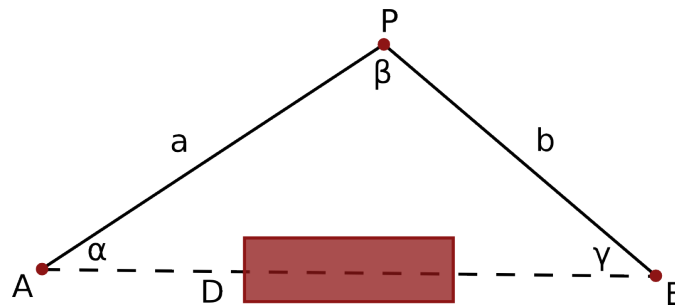
$$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$$

$$D = \frac{a \sin \gamma}{\sin(\alpha + \gamma)}$$

Nadalje, u praksi se događa slučaj da neka terenska prepreka onemogućava ne samo direktno mjerenje stranice, i uspostavljanje vizure između dvije točke.



Slika 5.2: Indirektno mjerenje duljine pomoću sinusovog poučka



Slika 5.3: Indirektno mjerenje duljine uz prepreku

U tom će se slučaju pomoćna točka P izabrati tako da se mogu izmjeriti dužine a i b i kut γ na pomoćnoj točki. Potrebna dužina d i kutovi α i β izračunat će se onda iz trokuta ABP po tangensovom pravilu:

$$\tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta) : \tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = (a - b) : (a + b)$$

$$\tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta) : \frac{a - b}{a + b} \tan(\alpha + \beta)$$

gdje je

$$\tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \tan(90^\circ - \frac{\gamma}{2}) = \cot \frac{\gamma}{2}$$

i prema tome

$$\tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{a - b}{a + b} \cot \frac{\gamma}{2}$$

a kutovi α i β bit će

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\beta = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) - \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

Dužina D dobit će se sinusovim pravilom

$$D = \frac{a \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{b \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

Dužinu strane D možemo dobiti i po kosinusovu pravilu

$$D^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Iz navedenog vidimo da sinusov poučak možemo koristiti onda ako je moguće ostvariti dogledanje između točaka A i B, a tangensov onda ako se točke ne dogledaju a potrebno je odrediti dužinu i uspostaviti vizuru između točaka A i B. Ukoliko je potrebno odrediti samo dužinu možemo se koristiti kosinusovim poučkom.

5.2 Korekcije pri mjerenju dužina

Razvojem tehnologije i industrije pojavljuju se sve veći zahtjevi za visokom preciznošću geodetskih informacija, pa je i problematika utjecaja pogrešaka zbog različitih izvora bivala aktualnija. U današnje vrijeme iznimnog tehnološkog razvoja u proizvodnji mjernih instrumenata, mjerne i računalne tehnike, postiže se preciznost kod mjerenja kutova od 0.1 mgon, a elektronički mjerene duljine su relativne točnosti od 10^{-7} . Brojni autori ističu da je utjecaj atmosfere postao bitan ograničavajući faktor točnosti geodetskih mjerenja, kao i utjecaj linearnih deformacija uslijed projekcije. Prema tome, kod preciznih linearnih mjerenja treba uvesti slijedeće korekcije dužina:

1. Korekcija dužine zbog meteoroloških uvjeta
2. Redukcija dužine na horizont
3. Redukcija dužine na nivo plohu elipsoida
4. Redukcija dužine u ravninu projekcije

5.2.1 Korekcija dužine zbog meteoroloških uvjeta

Vrijedi:

$$d'' = \frac{c_0}{n_{REF}} \frac{t}{2}$$

gdje je:

- d' – duljina koja je dana na monitoru instrumenta
- c_0 – brzina svjetlosti u vakuumu
- t – vrijeme putovanja signala do reflektora i natrag
- n_{REF} – referentni refrakcijski indeks koji je ovisan o valnoj duljini pojedinog instrumenta

$$n_{REF} = \frac{c_0}{\lambda_{mod} f_{mod}} = \frac{c_0}{2 \cdot U \cdot f_{mod}}$$

gdje je

- λ_{mod} – valna duljina modulacije za finog mjerenja za koju je instrument dizajniran
- f_{mod} – frekvencija modulacije za finog mjerenja
- $U = \frac{\lambda}{2}$ – mjerna jedinica instrumenta

Referentni refrakcijski indeks određen je od strane proizvođača instrumenta. Glavni oscilator podešava se na takvu modulaciju frekvencije f_{mod} da određena vrijednost n_{REF} odgovara što više srednjem indeksu loma u atmosferi. Ako za neki instrument nisu poznati λ_{mod} i f_{mod} mogu biti na raspolaganju t_{REF} i p_{REF} pa iz toga možemo izračunati n_{REF} .

Prvu brzinsku korekciju možemo napisati:

$$K' = \left(C - \frac{Dp}{273.15 + t} + \frac{11.27e}{273.15 + t} \right) \cdot 10^{-6} \cdot d'$$

Koeficijente C i D dobijemo po formulama:

$$C = (n_{REF} - 1) \cdot 10^{-6} = N_{REF}$$

$$D = (n_g - 1) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{273.15}{1013.25} = \frac{273.15}{1013.25} N_g$$

gdje je

$$(n_g - 1)10^{-6} = 287.604 + 3 \frac{1.6288}{\lambda^2} + 5 \frac{0.0136}{\lambda^4}$$

Za prvu brzinsku korekciju možemo napisati

$$K' = \left(\frac{n_{REF} - n}{n} \right) d'$$

Ako stavimo u nazivniku da je $n=1$ (što ne donosi pogrešku veću od 0.02 ppm) biti će:

$$K' = d'(n_{REF} - n)$$

Pa će prava dužina biti:

$$d_1 = d' + d'(n_{REF} - n) = d' + K'$$

Npr. za WILD DI 4L proizvođač daje sljedeće podatke:

- $c_0 = 299792458m/s$
- $f_{mod} = 14985400Hz$
- $\lambda_{mod} = 20m$
- $\lambda = 0.885\mu m$

$$K' = \left(281.8 - \frac{79.242p}{273.15 + t} + \frac{11.27e}{273.15 + t}\right)10^{-6}d'$$

gdje je

- t – temperatura suhog termometra (C°)
- p – atmosferski tlak (mbar)
- e – parcijalni tlak vodene pare

Za $\lambda = 0.900\mu m$:

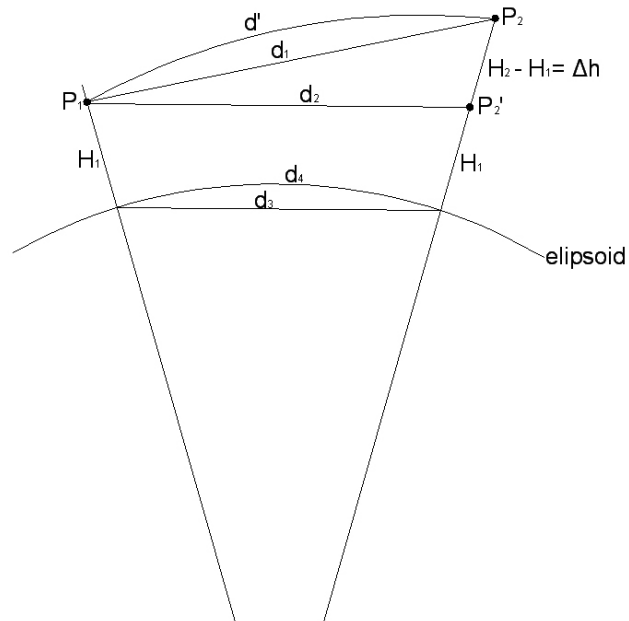
$$K' = \left(281.8 - \frac{79.186p}{273.15 + t} + \frac{11.27e}{273.15 + t}\right)10^{-6}d'$$

Druga brzinska korekcija:

$$K'' = -(k - k^2)\frac{d'^2}{12R^2}$$

gdje je

- k – koeficijent refrakcije
- d' – dužina očitana na monitoru
- R – radijus zakrivljenosti Zemlje
- r – radijus zakrivljenosti refrakcijske krivulje



Slika 5.4: Redukcija kose dužine na horizont

5.2.2 Redukcija kose dužine na horizont

Nakon uvođenja prve i druge brzinske korekcije dobije se stvarna kosa dužina koju treba reducirati na horizont, zatim na plohu referentnog elipsoida i konačno u ravninu projekcije.

Ova redukcija može se izvesti na dva načina, zavisno od toga da li je mjerena visinska razlika ili visinski kut α . Kada je poznata visinska razlika imamo:

$$d_2 = \sqrt{d_1^2 - \Delta h^2} = d_1 \left(1 - \frac{\Delta h^2}{2d_1^2} - \frac{\Delta h^4}{8d_1^4} - \dots \right)$$

ili

$$d_2 = d_1 \cos \alpha$$

odnosno

$$d_2 = d_1 + K_1$$

gdje je

$$K_1 = -\frac{\Delta h^2}{2d_1^2} - \frac{\Delta h^4}{8d_1^4} - \dots$$

5.2.3 Redukcija dužine na nivo plohu elipsoida

Konačnu duljinu luka d_4 najjednostavnije je računati iz prethodno izračunate tetive d_3 . Za točnije računanje tetive d_3 potrebno je poznavati visine H krajnjih točaka dužine.

$$d_3 = d_2 + K_2$$

gdje je

$$K_2 = -\frac{H_m}{R}d_2 \qquad H_m = \frac{H_1 + H_2}{2}$$

Direktno iz kose duljine:

$$d_3 = \sqrt{\frac{d_1^2 - (H_2 - H_1)^2}{(1 + \frac{H_1}{R})(1 + \frac{H_2}{R})}}$$

gdje je

- d_1 tetiva putanje vala,
- R radijus Zemlje

Elipsoidna duljina bit će:

$$d_4 = d_3 \left(1 + \frac{d_3^2}{24R^2}\right)$$

ili

$$d_4 = d_3 + K_3$$

gdje je

$$K_3 = \frac{d_3^3}{24R^2}$$

Razlika između d_3 i d_4 (utjecaj zakrivljenosti Zemlje) za $d=10\text{km}$ iznosi 1mm .

5.2.4 Redukcija dužine u ravninu projekcije

Ova korekcija može biti pozitivna, negativna ili jednaka nuli. Ako je $y_m < 90\text{km}$ onda je $\Delta d < 0$. Ako je $y_m = 90\text{km}$ onda je $\Delta d = 0$. Ako je $y_m > 90\text{km}$ onda je $\Delta d > 0$. Računa se

$$\delta = d_3 K_4$$

gdje je

$$K_4 = \frac{y_m^2}{2R^2} - 10^{-4}$$

Uvođenjem reduciranih koordinata koje se upotrebljavaju u skoro svim računanjima praktične geodezije potrebno je sve duljine mjerene na fizičkoj površini Zemlje reducirati u ravninu projekcije. Veličina linearne deformacije računa se po formuli:

$$\Delta d_p = \frac{y^2}{2R^2} - 0.0001$$

gdje je

- y udaljenost od središnjeg meridijana
- R radijus zakrivljenosti Zemlje

Primjer y=20 km, D=2500 m

$$\frac{y^2}{2R^2} = 0.000005mm/1km$$

tj.

$$5mm/1km - 100mm/1km = -95mm/1km$$

a za d=2500 m bit će

$$-95 \cdot 2.5 = -137mm$$

Dužina u ravnini projekcije bit će

$$2500m - 137mm = 2499.863m$$

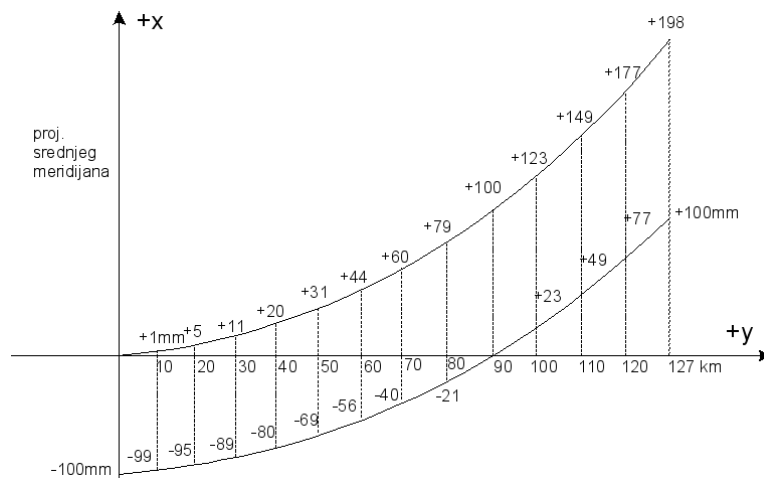
Ako je potrebna veća točnost za određivanje korekcije, koriste se sljedeći faktori kojima se množi mjerena dužina:

- za nereducirane koordinate

$$m_p = 1 + \frac{\bar{y}^2}{2R^2} + \frac{\bar{y}^4}{24R^4}$$

- za reducirane koordinate

$$m_p = 0.9999 \left(\frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4} \right)$$



Slika 5.5: Graf deprecije prilikom reduciranja duljina u ravninu projekcije

gdje je y ordinata središnje točke dužine. Za velike dužine i veću točnost faktor m_p možemo izraziti

$$m_p = \frac{1}{6}(m_{p1} + 4m_{p0} + m_{p2})$$

gdje je

- m_p faktor za cijelu dužinu,
- m_{p1} faktor u početnoj točki dužine,
- m_{p0} faktor u središnjoj točki dužine i
- m_{p2} faktor u krajnjoj točki dužine.

Ova deprecija daje razliku između dužine u ravnini projekcije i dužine na elipsoidu. Kako je uvijek potrebno odrediti razliku između duljine na fizičkoj površini Zemlje i duljine u ravnini projekcije to možemo postići korištenjem tzv. skupovnog faktora koji je

$$m_s = m_h m_p$$

gdje je m_h faktor za redukciju duljine na plovu referentnog elipsoda:

$$m_h = \frac{R}{R + h}$$

h je srednja nadmorska visina dotične duljine.

Dakle, faktorom m_s smo ujedinili dvije korekcije: korekciju duljine zbog deprecije projekcije i korekciju duljine zbog redukcije na plovu elipsoida.

Primjer Za $y=75000$ m, $H=110$ m i $d=1000$ m (horizontalna duljina). Redukcija na plohu referentnog elipsoida:

$$K_2 = -\frac{H}{R}d = -17.249mm$$

Redukcija u ravninu projekcije

$$\Delta d_p = \frac{y^2}{2R^2} - 0.0001 = -30.839mm$$

Ukupna korekcija će biti: -48.088 mm

$$D = D_{mj} + \Delta d_p + K_2 = 999.9519m$$

gdje je

- $D_{mj} = D$ (očitano daljinomjerom) + atmosferska korekcija + adicijska konstanta

5.2.5 Pregled svih korekcija mjerenih dužina

$$D = D' + \Delta d_{AK} + \Delta d_{\Delta H} + \Delta d_{Re} + \Delta d_p + C$$

gdje je

- D' vrijednost očitana na ekranu daljinomjera,
- Δd_{AK} korekcija duljine zbog atmosfere,
- $\Delta d_{\Delta H}$ redukcija duljine na horizont,
- Δd_{RE} redukcija duljine na nivo plohu elipsoida,
- Δd_p redukcija duljine u ravninu projekcije,
- C adicijska konstanta daljinomjera.

U sljedećoj tablici prikazane su definitivne duljine sa svim korekcijama:

D'	300 m	500 m	700 m	1000 m
$\Delta d_{\Delta H}(z = 89^\circ 59' 40'')$	0	0	0	0
Atmosferska korekcija (Prva brzinska korekcija ($t=26^\circ\text{C}$, $p=1043$ mb))	0.0042	0.007	0.0097	0.0139
Druga brzinska korekcija	0	0	0	0
Δd_{Re} $H=110$ m	-0.0052	-0.0086	-0.0121	-0.0172
$\Delta d_{p}y_s = 74000m$	-0.0098	-0.0163	-0.0229	-0.0327
C	-0.0022	-0.0022	-0.0022	-0.0022
Ukupna popravka	-0.0130	-0.0201	-0.0275	-0.0382
Definitivna dužina	299.987	499.980	699.972	999.962

Primjer Neka je duljina određena iz koordinata točaka T_A i T_B . Kolika je dužina na fizičkoj površini?

	y	x	H
T_A	5431326.571	4380720.411	120.713
T_B	5432658.130	4383017.442	160.412
Δ	1331.559	-2297.031	39.699

$$d = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2} = 2655.071m$$

1. Korekcija za deformaciju projekcije

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} - 5500000 = 68.007km$$

Duljina na elipsoidu:

$$d_{el} = d_{KOORD} + K_4 d_{KOORD} = 2655.071 + K_4 \cdot 2655.071$$

$$K_4 = \frac{y^2}{2R^2} - 0.0001 = -0.000043$$

Konačna dužina na elipsoidu

$$D_{el} = 2655.071 + 0.000043 \cdot 2655.071 = 2655.071 + 0.0114 = 2655.185m$$

2. Korekcija za prijelaz sa elipsoidne duljine na horizontalnu duljinu na fizičkoj površini Zemlje

$$K_3 = \frac{H}{R} d = 50mm$$

$$D = D_{el} + K_3 = 2655.185 + 0.05 = 2655.235m$$

D je horizontalna dužina na apsolutnoj visini točke T_A .

Kosa dužina na fizičkoj površini Zemlje bit će

$$D' = \sqrt{D^2 + \Delta H^2} = 2655.541m$$

Vidi se da je razlika između dužine iz koordinata i dužine na fizičkoj površini Zemlje 0.47 m. Korekcija za deformaciju zbog projekcije se može odrediti i preko grafikona ($y_m=68.01km$).

Za 60 km = -56 mm/km

Za 70 km = -40 mm/km

-16 mm/km

-16:10 = x:8.01

$$x = \frac{-16 \cdot 8.01}{10} = -12.8$$

Pa će za 68.01 biti: -56 + 12.8 = -43.2

Dakle za $y = 68.01$ km pogreška zbog deformacije projekcije iznosi 43.2 mm/km. Za $d = 2655.071$ m Δd će biti 115 mm, odnosno dužina na elipsoidu će biti 2655.186 m.

5.3 Izvori pogrešaka kod mjerenja dužine

Sva mjerenja su opterećena neizbježnim pogreškama koje nastaju iz različitih razloga i mogu biti različitog predznaka i vrijednosti. Neke se mogu ukloniti metodom rada, a ostale opterećuju rezultat mjerenja. Zato se dužine dobivene mjerenjem razlikuju od njihovih pravih vrijednosti. Razlika će biti utoliko manja što su mjerenja točnija, odnosno greške koje opterećuju rezultat manje. Iz tog razloga potrebno je poznavati karakter i osobine djelovanja pogrešaka koje se pojavljuju u procesu mjerenja. Pogreške mogu biti slučajnog karaktera ili sustavne.

Sustavne pogreške mjerenja utječu na rezultat mjerenja tako da ga stalno umanjuju ili uvećavaju.

Slučajne pogreške mjerenja imaju slučajni karakter i mijenjaju svoju vrijednost od slučaja do slučaja (+ ili -) i kod velikog broja mjerenja one se poništavaju.

5.3.1 Pogreška zbog kompariranja vrpce

Ova će pogreška djelovati kao sustavna pogreška. Npr. ako je dužina vrpce od 50 m krivo određena za $dK = +0.0035$ m popravka za dužinu od 252.76 m će biti

$$\delta = \frac{0.0035}{50} 252.76 = 0.018 \text{ mm}$$

5.3.2 Pogreška zbog krivo određene visinske razlike

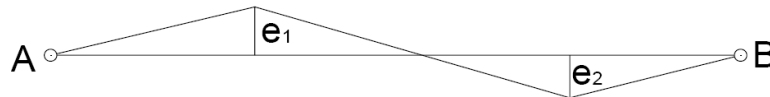
Pogreška zbog krivo određene visinske razlike iznosi

$$\delta_r = \frac{\Delta H}{s} d\Delta H = \frac{11.87}{129.26} 0.30 = 0.03 \text{ m}$$

5.3.3 Pogreška zbog temperature

$$\delta_{st} = \alpha(t - t_0)s$$

5.3.4 Pogreška aliniranja vrpce (dotjerivanja u pravac)



Slika 5.6: Pogreška aliniranja vrpce

Kolika je pogreška duljine od 50m ako jedan kraj vrpce nije u pravcu za: $e = 0.1\text{m}, 0.2\text{m}, 0.3\text{m}, \dots, 1\text{m}$?

e (m)	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
δ (m)	0.0001	0.0004	0.0009	0.0025	0.01

5.3.5 Pogreška zbog ugibanja vrpce

$$\delta_1 = \frac{q^2 l^3}{24p^2}$$

Primjer: Težina 1 metra vrpce je 4dkg, a dužina lančanice je: $l = 5\text{m}; 10\text{m}; 20\text{m}; 50\text{m}$.

Pogreška u dužini zbog ugibanja vrpce (cm)

silaz. / l (m)	5 m	10 m	20 m	50 m
49.05 N (5 kg)	-0.033	-0.267	-2.133	-33.333
98.10 N (10 kg)	-0.008	-0.067	-0.533	-8.333
147.15 N (15 kg)	-0.004	-0.030	-0.237	-3.704

5.3.6 Pogreška zbog promjene sile zatezanja

Ova pogreška iznosi

$$\delta d_p = d \frac{\Delta p}{E \cdot F}$$

5.3.7 Pogreška zbog nesvođenja dužine na plohu referentnog elipsoida

Pogreška je sustavnog karaktera i uklanja se dodavanjem popravke

$$\Delta d_H = -D \frac{H_m}{R}$$

gdje je H_m srednja nadmorska visina $H_m = \frac{H_A + H_B}{2}$

5.3.8 Pogreška zbog nesvođenja dužine u ravninu projekcije

Ova pogreška je sustavnog karaktera, može se odstraniti dodavanjem popravke

$$\Delta_D = \frac{y^2}{2R^2} - 0.0001$$

Za mjerenja nižeg ranga točnosti o ovoj se pogrešci obično ne vodi računa. Međutim, kod dužina određenih preciznim elektroničkim daljinomjerima, popravka se ne može zanemariti.

5.3.9 Pogreška zbog atmosferskih uvjeta kod elektrooptičkih daljinomjera

Indeks loma zraka treba poznavati s točnošću 0.3% kako bi dobili točnost duljine 1 mm/1 km ili 1 ppm, tj. relativna pogreška duljine 10^{-6} . Pogreška indeksa loma izazvana promjenom atmosferskih parametara možemo izraziti s

$$d_{n_L} \times 10^{-6} = -1.00dt + 0.29dp - 0.038de$$

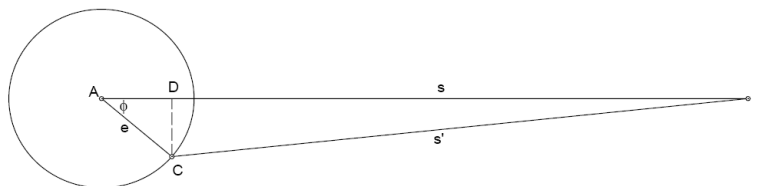
ili pogreška duljine u zavisnosti o promjeni atmosferskih parametara

$$\Delta_D = (-1.0dt + 0.29dp - 0.038de)10^{-6}D$$

Značenje ove jednadžbe možemo objasniti na slijedeći način:

1. Pogreška temperature od 1°C utječe na grupni indeks loma i dužina za 1 ppm
2. Pogreška u atmosferskom tlaku od 1 mb utječe na indeks i duljina za 0.29 ppm
3. Pogreška u parcijalnom tlaku vodene pare od 1 mbar utječe na indeks i duljinu za 0.038 ppm

Iz ovog slijedi da je utjecaj vodene pare kod svjetlosnih valova malen pa zbog toga se ne mora mjeriti točno. Utjecaj temperature je velik pa se temperatura mjeri na oba kraja linije, a po mogućnosti i na više mjesta putanje vala. Pogrešku duljine Δ u ovisnosti o promjeni atmosferskih parametara kod mikrovalova možemo izraziti s $\Delta_D = (-1.4dt + 0.29dp - 4.7de)10^{-6}D$. Vidimo da je utjecaj vodene pare kod mikrovalnog mjerenja duljina više od 100 puta veće nego kod mjerenja pomoću svjetlosnih valova.



Slika 5.7: Pogreška centriranja daljinomjera

5.3.10 Pogreška centriranja daljinomjera

Centriranje se obično vrši pomoću optičkog ili krutog viska. Neka je pogreška centriranja e . Razlika između udaljenosti s i mjerene s' predstavlja pogrešku mjerenja.

$$AD = \Delta_e = e \cos \phi$$

Ako je $\varphi = 0^\circ$ tada je $AD = e$, pa je $s = s' \pm e$. Ako je $\varphi = 90^\circ$ pogreška je jednaka nuli. Točnost mjerenja dužina mora biti u suglasnosti s točnosi centriranja instrumenta. U protivnom mala točnost centriranja ograničavala bi točnost mjerenja dužina. Prema tome pogreška mjerene dužine ovisit će pored pogreške centriranja i o kutu φ između pravca na kojem se nalazi dužina i polumjera do točke C.

5.3.11 Pogreška centriranja reflektora

Točnost mjerenja elektronskim daljinomjerom usko je povezana sa unaprijed propisanom potrebnom točnošću. O tome ovisi način centriranja reflektora. Često se reflektor i daljinomjer centriraju prisilno. U tom slučaju pogreška centriranja reflektora ista je kao pogreška centriranja daljinomjera. Međutim ove pogreške su međusobno neovisne.

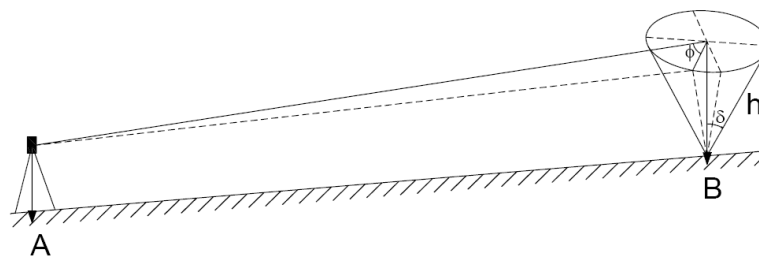
$$D(s) = D(\Delta c) + D(\Delta s) = \tau_e^2$$

Centriranje preko stativa ili prisilno centriranje primjenjuje se prilikom mjerenja udaljenosti u geodetskim mrežama.

Reflektor se pri snim anju nalazi na krutom visku s libelom. Točnost ovisi o osjetljivosti dozne libele, a često se kruti visak podiže iznad terena. Prizma se nalazi na određenoj visini h koja je jednaka visini instrumenta ili je neka pogodna vrijednost (1.5m; 2.0m).

Kruti visak sa pravcem vertikale zatvara kut δ . Zbog toga je reflektor udaljen (u horizontalnoj ravnini) od vertikale točke za iznos:

$$e_s = h \sin \delta$$



Slika 5.8: Pogreška centriranja reflektora

Pogreška mjerene udaljenosti koja nastaje zbog nevertikalnosti krutog viska, ovisiti će o kutu φ pod kojim je kruti visak nagnut prema pravcu vizure:

$$\Delta s = h \sin \delta \cos \varphi$$

Poredkonstantnih vrijednosti h i δ pogreška će ovisiti o kutu φ koji sa jednakom vjerojatnošću može imati vrijednosti od 0 do 2π .

Primjer Kolika je pogreška izmjerene duljine ako su visine prizme reflektora $h = 1.5\text{m}$; 2.0m i 4m , ako vertikalnost procjenjujemo libelom ($\delta = 0.5^\circ$) ili golim okom ($\delta = 2^\circ$)?

h (m)	m_s	
	$\delta = 0.5^\circ$	$\delta = 2^\circ$
1.5	0.009 m	0.037 m
2.0	0.012 m	0.049 m
4.0	0.025 m	0.099 m

Utjecaj ove pogreške je veoma značajan, što nas upućuje na oprez, odnosno pri mjerenju dužina u mrežama ne smijemo prizmu držati rukom.

5.3.12 Pogreška mjerene zenitne duljine

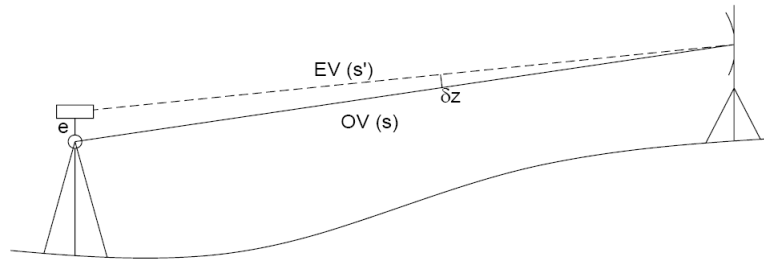
Prilikom određivanja udaljenosti pomoću elektronskih daljinomjera očitava se zenitna udaljenost na osnovu koje se vrši redukcija dužine:

$$s_r = s \sin z$$

Zenitna udaljenost može se očitati u jednom ili dva položaja durbina. Zenitna udaljenost očitana u samo jednom položaju durbina opterećena je pogreškom koja nastaje zbog nezadovoljavanja uvjeta da je $KL + KD = 360^\circ$ odnosno $z = KL + VV$.

$$s_r = s \sin z = s' [\sin(z + \delta z)]$$

odnosno



Slika 5.9: Pogreška mjerene zenitne duljine

$$s_r = s'(\sin z \cos \delta z + \cos z \sin \delta z)$$

Ako se stavi: $\cos \delta z = 1 - \frac{\delta z^2}{2} + \dots$

$$\sin \delta z = \delta z$$

Dobijemo:

$$s_r = s' \sin z - s' \sin z \frac{\delta z^2}{2} + \frac{e}{2} \sin 2z$$

Posljednja dva člana se zanemaruju zbog čega se dobije pogrešna duljina.

$$\delta s = \frac{e}{2} \sin 2z - s' \sin z \frac{\delta z^2}{2}$$

odnosno

$$\delta s = -\frac{e^2}{2s'} \sin z + e \sin z \cos z$$

Primjer Za $e = 2\text{cm}$, $z = 90^\circ$ i $s = 100\text{m}$ δs iznosi 0.000002m , a za $z = 45^\circ$ $\delta s = 0.01\text{m}$. Utjecaj pogreške određene zenitne duljine na mjerenu dužinu dobija se diferenciranjem izraza $s_r = s \sin z$ po z :

$$ds_z = s \cos z dz$$

Odgovarajuća srednja pogreška će biti:

$$m_{s_z} = s \cos z \cdot m_z$$

Ova je pogreška slučajnog karaktera, ovisi o dužini s , zenitnoj udaljenosti z i pogrešci mjerenja zenitne duljine m_z .

Primjer Potrebno je odrediti pogrešku dužine $s = 200\text{m}$ koja nastaje zbog pogrešno određene zenitne duljine z (od 45° do 90°) za $m_z = \pm 20''$.

z ($^\circ$)	45	50	55	60	65	70	75	80	85
m_s (m)	0.014	0.012	0.01	0.008	0.007	0.005	0.003	0.002	0.000

Potrebna točnost mjerenja zenitnih duljina ovisi o vrijednosti same zenitne duljine, a može se izračunati za razne vrijednosti z ako je poznata relativna točnost dužine.

$$m_z = \frac{m_s}{s} \frac{1}{\cos z}$$

Točnost mjerenja visinskog kuta Diferenciranjem izraza za redukciju $s' = s \cos \alpha$ po α dobije se:

$$ds' = s \sin \alpha \frac{d\alpha''}{\rho''}$$

Odgovarajuća srednja pogreška bi bila

$$m_s = s \sin \alpha \frac{m_\alpha''}{\rho''}$$

odnosno pogreška visinskog kuta:

$$m_\alpha'' = \rho'' \frac{m_s}{s \sin \alpha}$$

Primjer Potrebno je odrediti sa kojom točnošću treba mjeriti visinski kut $\alpha = 30^\circ$ da bi se osigurala unaprijed utvrđena točnost dužine $m_s/s = 1 : 10000$.

α ($^\circ$)	1	2	5	10	15	20	25	30
m_α	19'21"	9'40"	3'52"	1'57"	1'18"	59"	48"	40"

Ukoliko je vizura strmija odnosno α veći kutove treba mjeriti točnije. Pošto u većini slučajeva α ne prelazi 30° , dovoljno je vertikalne kutove mjeriti u jednom položaju durbina.

Točnost određivanja visinske razlike Diferenciramo li izraz $r = \frac{\Delta H^2}{2s}$ po ΔH dobije se

$$dr = \frac{\Delta H}{s} d\Delta H$$

Odgovarajuća srednja pogreška redukcije biti će

$$m_r = \frac{\Delta H}{s} m_{\Delta H} = \sin \alpha \cdot m_{\Delta H}$$

odnosno srednja pogreška visinske razlike:

$$m_{\Delta H} = \frac{m_r}{\sin \alpha}$$

Pogreška dužine može se izraziti u centimetrima ($m_r = m_s$) ili preko relativne pogreške. Kako je vidljivo pogreška visinske razlike ovisna je o visinskom kutu α . Što je kut α veći pogreška visinske razlike mora biti manja.

Primjer Izračunati srednju pogrešku visinske razlike $m_{\Delta H}$ za različite visinske kuteve, ako je $m_s = 1\text{cm}$.

α ($^\circ$)	1	2	5	10	15	20	25	30
$m_{\Delta H}$ (cm)	57	28	11	6	4	3	2	2

Ako se točnost dužine izražava preko relativne pogreške:

$$\frac{m_r}{s} = \frac{m_s}{s} = \frac{\sin \alpha}{s} m_{\Delta H}$$

Primjer Odrediti srednju pogrešku visinske razlike ako je relativna pogreška dužine $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{10000}$.

$$m_{\Delta H}(m) = \frac{1}{10000} \frac{s^2}{\Delta H} = 10 \frac{s^2(km)}{\Delta H(m)}$$

Za $s=300$ m i $\Delta H = 10m$ dobije se $m_{\Delta H} = 0.09m$.

Poglavlje 6

Poligonometrija

6.1 Uvod u poligonometriju

Kako je ranije spomenuto, svrha geodetskog snimanja je stvaranje plana terena, a osnova za snimanje triangulacijska mreža. Kod potpuno razvijene triangulacijske mreže, tj. do IV. reda dobit će se na terenu, kojeg treba snimati, mreža točaka na udaljenosti 1-4 km.

Detaljna triangulacijska mreža te gustoće još je uvijek prerijetka, da bi se samo s tih točaka mogli snimiti svi objekti na terenu, koje treba na planu prikazati, da bi plan bio što potpunija slika terena. Mrežu poznatih točaka, dobivenih triangulacijom, trebat će progustiti.

Radi toga se između triangulacijskih ili GPS točaka postavlja niz točaka na međusobnom razmaku od 100 – 300m koje su međusobno povezane, a također su povezane sa triangulacijskim točkama mjerenjem kutova i dužina (slika 6.1).

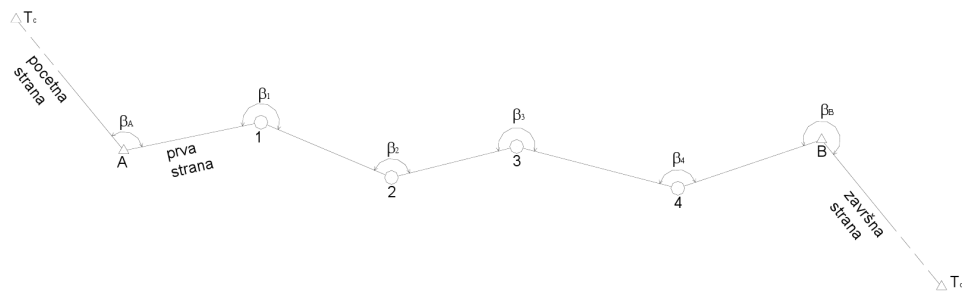
Poligonometrija kao geodetska osnova služi za:

1. detaljnu izmjeru zemljišta,
2. iskolčenje građevina,
3. izmjeru i iskolčenje podzemnih objekata.

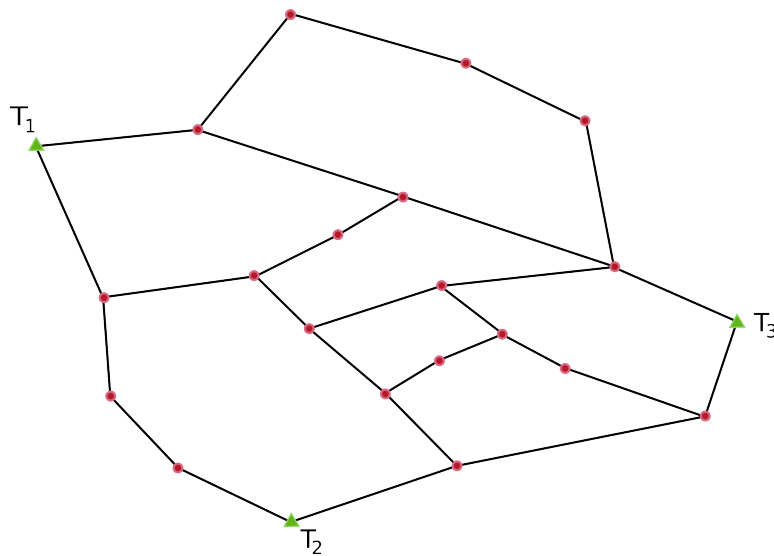
A je početna točka vlaka, dok je B završna točka vlaka. Obje točke su poznate po koordinatama, dok su točke 1..4 poligonske točke. Vezni kutovi se mjere na poznatim točkama i povezuju poznato sa nepoznatim (triangulacijsku stranu i prvu poligonsku stranu). Prijelomni kutovi se mjere na poligonskim točkama.

6.2 Poligonske mreže

Poligonsku mrežu čini više poligonskih vlakova (slika 6.2).



Slika 6.1: Poligonski vlak



Slika 6.2: Poligonske mreže

Od 1960-tih godina mjerenje dužina u poligonometriji se obavlja isključivo pomoću elektronskih daljinomjera, a također se usavršava matematička obrada rezultata mjerenja pomoću računala. Zbog toga se mijenjaju neke metode rada koje su propisane starim pravilnikom za državnu izmjeru iz 1953. godine i prilagođavaju se novim uvjetima.

Poligonska mreža se dosada koristila na manjim područjima. Prednost poligonske mreže naročito dolazi do izražaja u gradskim (naseljenim područjima) i nepreglednim terenima. Obujam posla je znatno manji nego kod trigonometrijskih mreža. Poligonska mreža može predstavljati najracionalniju metodu stvaranja geodetske osnove. Za izjednačenje poligonskih vlakova stoje na raspolaganju stroge i približne metode izjednačenja. Kod *strogog izjednačenja* sve mjerene veličine sudjeluju u izjednačenju odjednom. Kod *približnog izjednačenja* sve mjerene veličine ne sudjeluju u izjednačenju istovremeno, nego po grupama, i to prvo kutne veličine, a zatim apscise i ordinate. Uglavnom se koriste približne metode, jer daju dobre rezultate.

Izbor najracionalnije metode izjednačenja ima suštinsko značenje koje utječe na vrijednosti konačno usvojenih veličina i ekonomičnost radova.

Točnost traženih veličina (koordinata poligonskih točaka) ovisi o:

Točnosti mjerenih veličina. Više čimbenika (instrument, metoda rada, vanjski uvjeti itd.) ima utjecaj na točnost mjerenih veličina. Na osnovu prethodne analize točnosti može se izvršiti izbor instrumentarija, odgovarajuće metode rada i osigurati ostali uvjeti koji su neophodni da bi se postigla željena točnost kutnih i linearnih mjerenja.

Geometrijskom obliku mreže. Oblik poligonske mreže ovisi o terenskim uvjetima (konfiguracija terena, zaraštenost, izgrađenost, položaj da tih točaka itd.) i sposobnosti stručnjaka da u da tim uvjetima projektira mrežu koja će odgovarati namjeni.

Točnosti date mreže (pogreške datih veličina). Na pogreške danih veličina nije moguće utjecati, ali je prilikom izjednačenja poligonskih mreža moguće o njima voditi računa. Stroga izjednačenja se izbjegavaju zbog obujma posla. Približne metode izjednačenja pojednostavljuju postupak izjednačenja, mnogo su racionalnije i daju dobre rezultate.

Broju prekobrojnih mjerenja. Broj prekobrojnih mjerenja u vlak u je 3, bez obzira na broj točaka (2 kuta i 1 stranica). U mreži je broj prekobrojnih mjerenja veći.

6.3 Poligonski vlak

6.3.1 Osnove

Poligonski vlak je niz točaka stabiliziranih na terenu, sa svojim nadzemnim i podzemnim centrom, povezanih mjerenim kutovima i duljinama. Poligonski vlak služi za proglašavanje trigonometrijske mreže, u svrhu snimanja detalja u cilju izrade planova i karata. Poligonski vlakovi moraju zadovoljiti sljedeće uvjete:

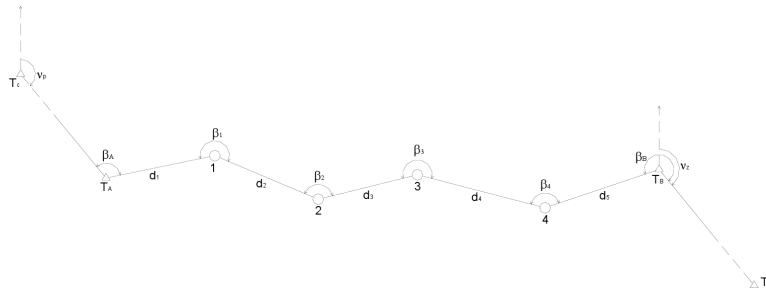
- uvjet iskorištenosti
- matematičke uvjete

Oblik vlaka može biti:

- ispruženi
- izlomljeni

Ispruženi vlakovi su oni vlakovi kod kojih ni jedna strana ne odstupa više od 20° od dijagonale poligonskog vlaka, a suma duljina je manja ili jednaka 1.1 duljina dijagonale tj. $[d] \leq 1.1 \cdot D$.

Ispruženi poligonski vlakovi su oni kod kojih prijelomni kutovi ne prelaze granicu $180^\circ \pm 20^\circ$, a suma duljina je manja ili jednaka 1.1 duljine dijagonale vlaka odnosno $[d] \leq 1.1 \cdot D$ gdje je D dijagonala vlaka (duljina između početne i završne točke vlaka).



Slika 6.3: Poligonski vlak

6.3.1.1 Vrste poligonskih vlakova

Postoje sljedeće vrste poligonskih vlakova:

1. Umetnuti poligonski vlak – položen između dvije triangulacijske točke
2. Zatvoreni poligonski vlak – počinje i završava na istoj točki
3. Slijepi poligonski vlak – počinje na poznatoj, a završava na nepoznatoj točki

6.3.1.2 Podjela poligonskih vlakova s obzirom na priključak

1. Obostrano priključen po smjeru i po koordinatama
2. Priključen na početku po smjeru i po koordinatama, a na kraju samo po koordinatama
3. Priključen samo po koordinatama
4. Slijepi poligonski vlak

6.3.1.3 Računanje obostrano priključenog poligonskog vlaka

Za određivanje položaja poligonskih točaka potrebno je izmjeriti sve poligonske kutove β , poligonske stranice i odrediti smjerne kutove u početnoj i završnoj triangulacijskoj točki na jednu ili više veznih točaka poznatih po koordinatama.

Iz poznatih koordinata izračunamo početni smjerni kut:

$$\tan \nu_C^A = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C}$$

i završni smjerni kut:

$$\tan \nu_B^D = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B}$$

Smjerni kut prve stranice vlaka će biti:

$$\nu_A^1 = \nu_C^A + \beta_A \pm 180^\circ$$

Analogno se može izračunati i smjerni kut druge stranice

$$\nu_1^2 = \nu_A^1 + \beta_1 \pm 180^\circ = \nu_C^A + \beta_A + \beta_1 \pm 2 \cdot 180^\circ$$

Smjerni kut n-te stranice će biti

$$\nu_n^{n+1} = \nu_{n-1}^n + \beta_n \pm 180^\circ = \nu_C^A + \sum_{i=1}^n \beta_i - n \cdot 180^\circ$$

Na taj način se može dobiti i završni smjerni kut ν_B^D .

$$\nu_B^D = \nu_C^A + \sum_{i=1}^n \beta_i - n \cdot 180^\circ - \text{preko rezultata mjerenja} - \mathbf{IMA}$$

Ovaj kut se može izračunati i iz poznatih koordinata točaka T_B i T_D (**TREBA**).

Razlika između ove dvije vrijednosti naziva se *kutna nesuglasica* koja će biti:

$$f_\beta = \text{TREBA} - \text{IMA} = \nu_B^D - \nu_B^{D'} = \nu_B^D - \nu_C^A + \sum_{i=1}^n \beta_i - n \cdot 180^\circ \quad (6.1)$$

Ova kutna nesuglasica mora biti u granicama propisanih kriterija tj. prema starom pravilniku za državni premjer ona će ovisiti o više faktora. $\Delta\beta$ ovisi o metodi mjerenja, instrumentu i priboru:

- ako su kutovi mjereni viziranjem na trasirke u jednom girusu instrumentom podatka 6" do 60", $\Delta\beta = 60''\sqrt{n}$
- ako su kutovi mjereni u dva girusa, na isti način kao i prije, $\Delta\beta = 45''\sqrt{n}$
- ako su kutovi mjereni u dva girusa jednosekundnim instrumentom i priborom za prisilno centriranje, $\Delta\beta = 20''\sqrt{n}$

Kako je vidljivo nigdje nisu uzete u obzir pogreške datih veličina tj. koordinate poznatih točaka a što se može dobiti iz izjednačenja trigonometrijske mreže u koju je umetnut poligonski vlak (v. poglavlje dozvoljena kutna odstupanja).

Izjednačenje kutnih mjerenja provesti će se uz pretpostavku da su svi kutovi mjereni istom točnošću, pa će stoga svaki poligonski kut dobiti jednaku popravku:

$$\nu_\beta = \frac{f_\beta}{n}$$

Ako je $f_\beta < f_{\beta_{max}}$ popravljaju se mjereni kutovi za iznos ν_B odnosno mjerene poligonske kutove β treba izjednačiti tako da teorijska jednadžba 6.1 bude zadovoljena, što znači da prema toj jednadžbi poslije popravljanja kutova β bude

$$f_\beta = 0$$

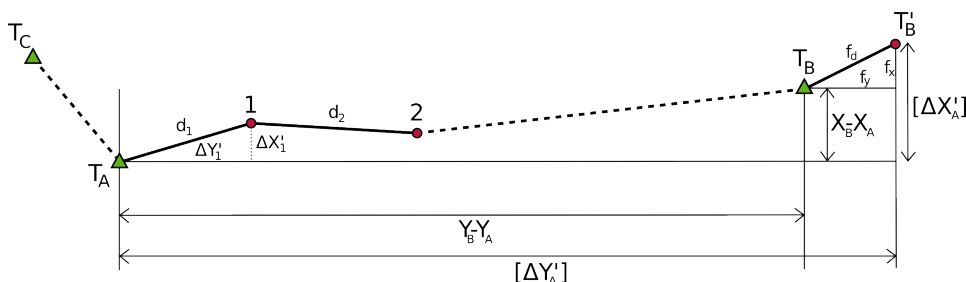
Pretpostavka da su svi kutovi mjereni istom točnosti, dakle opterećeni istom pogreškom odgovarat će stvarnosti ako su stranice poligonskog vlaka približno jednake dužine.

Suma koordinatnih razlika mora biti

$$(y_B - y_A) = \sum \Delta y' \text{ ili } y_B = y_A + \sum \Delta y'$$

$$(x_B - x_A) = \sum \Delta x' \text{ ili } x_B = x_A + \sum \Delta x'$$

Kako su koordinatne razlike izračunate iz podataka mjerenja koji su opterećeni pogreškama mjerenja, jednadžba neće biti zadovoljena, nego će se pojaviti koordinatna nesuglasica po osi y i osi x. Kako koordinate točaka T_A i T_B uzimamo za bespogrešne, koordinatne razlike i ćemo uzeti za vrijednost *TREBA*, a zbroj koordinatnih razlika za vrijednost *IMA*.



Slika 6.4: Linearne nesuglasice u poligonskom vlaku

Ukupno linearno odstupanje vlaka iznosi

$$f_d = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

i mora biti manje od dozvoljenog odstupanja koje je definirano starim pravilnikom, a odnosi se na dužine mjerene lancem te ga možemo tretirati zastarjelim i ne bi mogli poslužiti za realnu ocjenu točnosti a glasi:

- Za 1. kategoriju terena: $\Delta = 0.0035\sqrt{[d]} + 0.0002[d] + 0.05$
- Za 2. kategoriju terena: $\Delta = 0.0045\sqrt{[d]} + 0.0003[d] + 0.05$
- Za 3. kategoriju terena: $\Delta = 0.0060\sqrt{[d]} + 0.0004[d] + 0.05$

Za mjerenja povećane točnosti koje danas može poslužiti za ocjenu točnosti:

$$\Delta = 0.0010\sqrt{[d]} + 0.0012[d] + 0.03$$

Ako je ukupno linearno odstupanje manje od maksimalno dozvoljenog, može se pristupiti izjednačenju koordinatnih razlika. Popravke koordinatnih razlika proporcionalne su poligonskoj strani, odnosno:

$$v_{yi} = \frac{f_y}{[d]} d_i \quad v_{xi} = \frac{f_x}{[d]} d_i$$

Za kontrolu mora biti

$$[v_y] = f_y \quad [v_x] = f_x$$

Koordinate poligonskih točaka će biti:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_A + \Delta y_1 + v_{y1} & x_1 &= x_A + \Delta x_1 + v_{x1} \\ y_2 &= y_1 + \Delta y_2 + v_{y2} & x_2 &= x_1 + \Delta x_2 + v_{x2} \\ &\vdots & &\vdots \end{aligned}$$

Kod poligonskih vlakova gdje je isti početni (ν_A^B) i završni (ν_B^A) smjerni kut, odnosno sa zadnje točke vlaka vizira se na prvu i obrnuto, kutnu nesuglasnicu dobijemo na sljedeći način:

$$f_\beta = \text{TREBA} - \text{IMA} = \nu_B^A - (\nu_A^B + [\beta] - n \cdot 180^\circ)$$

$$f_\beta = n \cdot 180^\circ - [\beta] \quad \text{odnosno} \quad f_\beta = (n - 2) \cdot 180^\circ - [\beta]$$

Ako su mjereni unutarnji kutovi u poligonskom vlaklu onda je $f_\beta = (n - 2) \cdot 180^\circ - [\beta]$, pošto je zbroj kutova u mnogokutu $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

Ako su mjereni vanjski kutovi tada je:

$$f_{\beta} = (n + 2) \cdot 180^{\circ} - [\beta]$$

Popravke mjerenih kutova računaju se pomoću

$$v_{\beta_i} = \frac{f_{\beta}}{n}$$

a izjednačenje koordinatnih razlika računa se pomoću sljedećih izraza:

$$\text{TREBA: } y_B - y_A \qquad \text{TREBA: } x_B - x_A$$

$$\text{IMA: } [\Delta y'] \qquad \text{IMA: } [\Delta x']$$

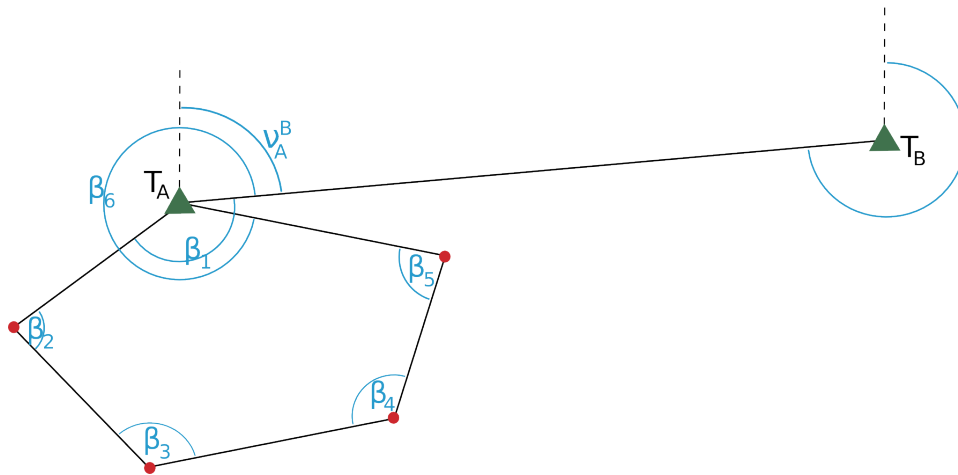
Koordinatna nesuglasica je

$$f_y = (y_B - y_A) - [\Delta y'] \qquad f_x = (x_B - x_A) - [\Delta x']$$

Popravke koordinatnih razlika se određuju na poznati način:

$$v_{y_i} = \frac{f_y}{[d]} d_i \qquad v_{x_i} = \frac{f_x}{[d]} d_i$$

6.3.1.4 Računanje zatvorenog poligonskog vlaka



Slika 6.5: Zatvoreni poligonski vlak

Početni smjerni kut i završni smjerni kut u zatvorenom poligonskom vlaku su jednaki, tj. ν_A^B . Prema tome vrijedi sljedeći izraz:

$$f_{\beta} = T - I = \nu_A^B - (\nu_B^A + [\beta] - n \cdot 180^{\circ})$$

Kako je $\nu_B^A = \nu_A^B + 180^{\circ}$ može se napisati iz prethodnog izraza

$$f_{\beta} = \nu_A^B - (\nu_A^B + 180^\circ + [\beta] - n \cdot 180^\circ) = (n - 1) \cdot 180^\circ - [\beta]$$

gdje je n broj mjerenih poligonskih kutova. Izjednačenje koordinatnih razlika je trivijalno:

$$\text{TREBA:0} \quad \text{TREBA:0}$$

$$\text{IMA:}[\Delta y'] \quad \text{IMA:}[\Delta x']$$

Koordinatna nesuglasica je

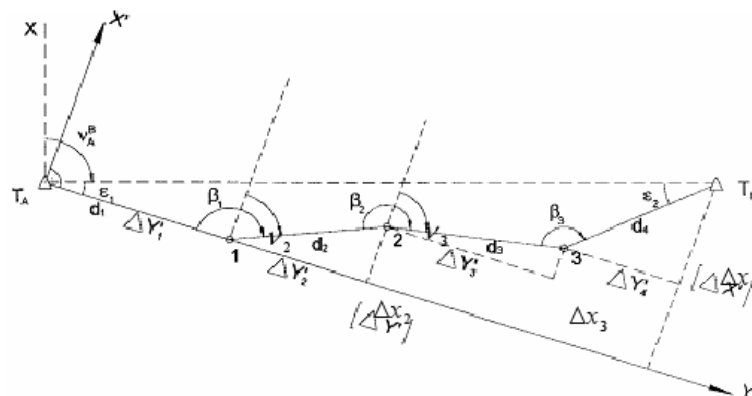
$$f_y = 0 - [\Delta y'] \quad f_x = 0 - [\Delta x']$$

Popravke koordinatnih razlika se određuju i dalje na standardni način:

$$v_{yi} = \frac{f_y}{[d]} d_i \quad v_{xi} = \frac{f_x}{[d]} d_i$$

6.3.1.5 Računanje poligonskog vlaka priključenog samo po koordinatama

Čest je slučaj u praksi gdje ne možemo ostvariti dogledanje sa niti jednom poznatom točkom, odnosno ne možemo mjeriti vezne kutove. Vezni kut određujemo posredno, tako da se u točki T_A postavi lokalni koordinatni sustav tako da je os Y identična sa prvom poligonskom stranom a os X je okomita na Y os. Prvi smjerni kut u lokalnom koordinatnom sustavu biti će 90° , a ostale smjerne kutove računamo poznatim načinom.



Slika 6.6: Poligonski vlak priključen samo po koordinatama

Smjerni kutovi su u lokalnom koordinatnom sustavu:

$$\nu_A^1 = 90^\circ$$

$$\nu_1^2 = \nu_A^1 + \beta_1 \pm 180^\circ$$

$$\nu_2^3 = \nu_1^2 + \beta_2 \pm 180^\circ$$

Koordinatne razlike u lokalnom koordinatnom sustavu

$$\Delta y'_1 = d_1 \sin \nu_1 = d_1 \sin 90^\circ = d_1 \quad \Delta x'_1 = d_1 \cos 90^\circ = 0$$

$$\Delta y'_2 = d_2 \sin \nu_2 \quad \Delta x'_2 = d_2 \cos \nu_2$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\Delta y'_n = d_n \sin \nu_n \quad \Delta x'_n = d_n \cos \nu_n$$

Može se izračunati vezni kut ε_1 zbog kojeg smo i postavili koordinatni sustav:

$$\tan \varepsilon_1 = \frac{[\Delta x']}{[\Delta y']}$$

Pomoću ovog kuta prijedemo iz lokalnog koordinatnog sustava u državni koordinatni sustav. Iz koordinata točaka T_A i T_B izračunamo smjerni kut:

$$\tan \nu_A^B = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Smjerne kutove poligonskih stranica u referentnom koordinatnom sustavu dobijemo po formulama:

$$\nu_A^1 = \nu_A^B + \varepsilon$$

$$\nu_1^2 = \nu_A^1 + \beta_1 \pm 180^\circ$$

$$\nu_2^3 = \nu_1^2 + \beta_2 \pm 180^\circ$$

Kod ovakvih poligonskih vlakova nema izjednačenja kutova. Izjednačenje koordinatnih razlika izvodimo na uobičajeni način. Na osnovu mjerenih dužina i izračunatih smjernih kutova računamo koordinatne razlike:

$$\Delta y'_1 = d_1 \sin \nu_A^1 \quad \Delta x'_1 = d_1 \cos \nu_A^1$$

$$\Delta y'_2 = d_2 \sin \nu_1^2 \qquad \Delta x'_2 = d_2 \cos \nu_1^2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\Delta y'_n = d_n \sin \nu_{n-1}^n \qquad \Delta x'_n = d_n \cos \nu_{n-1}^n$$

Koordinatne nesuglasice su

$$f_y = (y_B - y_A) - [\Delta y'] \qquad f_x = (x_B - x_A) - [\Delta x']$$

a ukupno linearno odstupanje

$$f_d = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

Ako je $f_d < \Delta$, računamo popravke koordinatnih razlika:

$$v_{yi} = \frac{f_y}{[d]} d_i \qquad v_{xi} = \frac{f_x}{[d]} d_i$$

pa će konačne koordinatne razlike biti

$$\Delta y_n = \Delta y'_n + v_{yn} \qquad \Delta x_n = \Delta x'_n + v_{xn}$$

a koordinate poligonskih točaka

$$y_1 = y_A + \Delta y_1 \qquad x_1 = x_A + \Delta x_1$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$y_B = y_{n-1} + \Delta y_n \qquad x_B = x_{n-1} + \Delta x_n$$

6.4 Rekognosciranje poligonske mreže

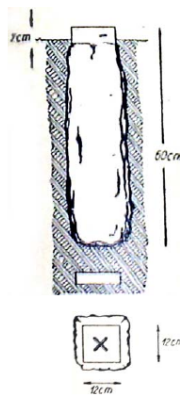
Pod rekognosciranjem poligonske mreže podrazumijeva se izbor mjesta na terenu za postavljanje poligonskih točaka. Poligonska mreža služi kao osnova za snimanje detalja. Snimanje se vrši po katastarskim općinama. Katastarska općina mora predstavljati jednu topografsku cjelinu, a sačinjava je jedno naselje. Poligonska mreža razvija se po katastarskim općinama, a za veće gradove postavlja se jedinstvena poligonska mreža bez obzira na granice katastarske općine; takav karakter ima i mreža koja služi za snimanje kanala, rijeka, putova i sl. Kod projektiranja mreže postupa se po principu iz velikog u malo. Odnos susjednih strana ne smije biti ispod 1 : 2, a izuzetno se može dozvoliti 1 : 3.

Poligonske točke treba postavljati na međe parcela, pored kolnika na bankini ceste, dalje od odrona zemljišta itd.

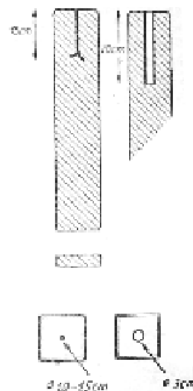
Pri rekognosciranju treba voditi računa o uvjetima iskorištenosti i matematičkim uvjetima.

6.4.1 Stabilizacija poligonskih točaka

Poligonska mreža mora imati trajan karakter zbog njene uspješne i duge eksploatacije. Način stabilizacije ovisi o vrsti terenske podloge i o tome gdje će se oznaka postaviti: oranica, livada, pašnjak, stijena, beton, makadam, asfalt itd. Oznake se izrađuju od keramike, kamena, betona i željeza.

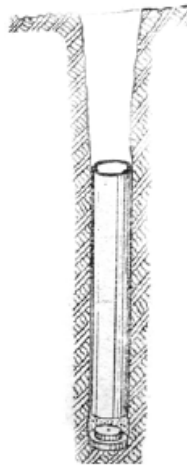


Slika 6.7: Stabilizacija poligonske točke pomoću prirodnog kamena



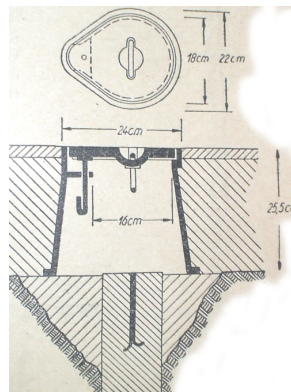
Slika 6.8: Stabilizacija poligonske točke pomoću betonskog stupa

Centar na gornjoj površini je označen križem ili rupicom u željeznoj šipci promjera 3 mm. Stabilizacija se može izvesti pomoću keramičke ili betonske drenažne cijevi, centar je sredina šupljine cijevi, cijev se ukopava ispod razine terena na dubini 30 – 50 cm. Svjetli otvor cijevi iznosi 4.5 cm, a za podzemni centar se uzima keramička pločica promjera 5 cm.



Slika 6.9: Stabilizacija poligonske točke pomoću keramičke ili betonske cijevi

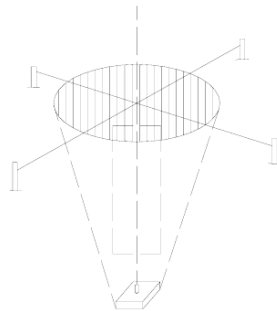
U gradovima se kamen ukopa 20cm ispod razine ulice, a osigurava se od uništenja posebnim kapama od lijevanog željeza.



Slika 6.10: Stabilizacija poligonske točke u gradovima

Sama stabilizacija izvodi se tako da se iskopa rupa dubine 70cm i postavi podzemni centar na mjestu izabranom za poligonsku točku. Iznad podzemnog centra postavi se visak koji će definirati položaj nadzemnog centra koji mora stajati u istoj vertikali sa centrom podzemnog centra. Da bi oznaka centra na nadzemnom centru bila u istoj vertikali, spusti se na podzemni centar visak. Na udaljenosti od rupe oko 1 m zabiju se unakrst četiri kolčića tako da špaga razapeta između dva i dva kolčića tangira visak.

Time je vertikala iznad podzemnog centra fiksirana presjekom tih špaga. Tada se skinu s kolčića špage, nabaca na podzemni centar određena količina zemlje. Na podzemni centar postavi se nadzemni tako da je iznad zemlje 5cm. Nadzemni centar smjesti se tako da između kolaca zategnute špage



Slika 6.11: Postupak stabilizacije poligonske točke

svojim presjekom definiraju centar nadzemnog centra. Poslije toga nabije se dobro zemlja u rupi oko kamena.

6.5 Mjerenje kutova u poligonskoj mreži

Prijelomni i vezni kutovi se mjere girusnom metodom bez završne vizure u 1 ili 2 girusa. Vizira se na trasirke ili vizurne značke. Na duljim stranama trasirka se drži vertikalno od oka, a na kraćim pomoću viska ili dozne libele.

U slijepim poligonskim vlakovima kutovi se mjere u dva girusa kao i u gradovima, pri tom se instrument između svakog girusa centrira.

6.5.1 Girusna metoda mjerenja kutova

Girusna metoda sastoji se u tome, da se na horizontalnom limbu očitava položaj pojedinih vizura. Jedna od vizura izabire se za početnu. Na nju će se orijentirati limb. Za početnu vizuru odabira se točka koja će cijelo vrijeme rada biti dobro vidljiva. Za početnu točku izabire se stabilna trigonometrijska točka, na koju se može dobro vizirati; po mogućnosti toranj crkve, gromobran itd. Ako je s neke točke predviđeno mjerenje na točke različitih redova trigonometrijske mreže, za početni pravac treba izabrati vizuru na točku najvišeg reda. Kod grubog viziranja na točku treba alhidadu pomicati na željeni smjer uvijek u smjeru kazaljke na satu, a kod finog pomicanja alhidade potrebno je to raditi također u smjeru kazaljke na satu. Tako se redom mjeri na sve točke u smjeru kazaljke na satu, da se kao zadnja vizura uzme početni pravac. U drugom položaju durbina mjeri se na sve točke u smjeru suprotnom od kazaljke na satu. Kod mjerenja u više girusa limb se između svakog girusa pomakne za određeni broj stupnjeva, kako bi se iz rezultata uklonile eventualne sistematske pogreške u podjeli limba. Pomak limba za svaki girus iznosi:

$$p_i = \frac{360^\circ}{n}$$

Poligonski i vezni kutovi mjere se girusnom metodom u jednom ili dva girusa bez završne vizure. Pri mjerenju veznih kutova na trigonometrijskim točkama za početnu vizuru uzima se daleka trigonometrijska točka. Ako se s početne trigonometrijske točke vidi više trigonometara, dobro je mjerenje veznog kuta izvršiti tako da se, zbog kontrole, mjere pravci na dva trigonometra i na prvu poligonsku točku.

6.5.2 Točnost mjerenja kutova

Mjerenje kutova u poligonometriji se vrši girusnom metodom ali bez završne vizure, samo pri mjerenju veznih kutova kad koristimo dvije poznate trigonometrijske točke uzima se i završna vizura. Pogreške koje utječu na točnost mjerenja poligonskih kutova mogu se uglavnom podijeliti u dvije grupe:

- unutarne pogreške i
- vanjske pogreške.

Unutarne ili instrumentalne pogreške koje djeluju na točnost mjerenja kutova imaju svoj izvor u samom instrumentu. U prvom redu su pogreške koje su nastale uslijed toga što instrument nije dobro rektificiran. U unutarne pogreške spadaju:

1. Pogreška podjele limba i optičkog mikrometra
2. Pogreška očitavanja
3. Pogreška viziranja
4. Pogreška horizontiranja

Mjerenjem kutova u dva položaja durbina poništiti će se pogreške svih osi osim vertikalne osi.

6.5.2.1 Pogreška očitavanja

Ovisna je o najmanjoj kutnoj podjeli horizontalnog limba i skale optičkog mikrometra. Za teodolite s optičkim mikrometrom i podatkom horizontalnog limba $d = 1''$ ili $d = 0.5''$ dobije se pogreška očitavanja:

$$\sigma_o = 2.5 \cdot d''$$

Prema tvorničkim podacima za instrument Wild T2 pogreška očitavanja iznosi

$$\sigma_o = 0.5 \cdot d''$$

6.5.2.2 Pogreška viziranja

Pogreška viziranja ovisi o povećanju durbina instrumenta, a maksimalna točnost iznosi:

$$\sigma_V = 10''/M$$

gdje je M povećanje durbina.

Ova pogreška ovisi još i o:

- vanjskim uvjetima
- udaljenosti vizurne točke
- pogreški fokusiranja
- obliku signala

U slučaju prosječne vidljivosti i turbulencije zraka, viziranjem na dobro oblikovan signal i duljini vizure od nekoliko stotina metara, pogreška pojedinog viziranja se kreće u intervalu:

$$\sigma_V = 30''/M \text{ do } \sigma_V = 60''/M$$

Srednja pogreška viziranja može se odrediti iz ukupne pogreške opažanja ako je poznata srednja pogreška koincidiranja:

$$\sigma_o^2 = \sigma_K^2 + \sigma_V^2$$

odnosno

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_o^2 - \sigma_K^2}$$

6.5.2.3 Pogreška horizontiranja

Pogreška horizontiranja ovisi prvenstveno o osjetljivosti alhidadne libele. Točnost vrhunjenja libele iznosi 1/5 vrijednosti parsu libele. Pogrešku horizontiranja možemo prikazati izrazom:

$$\sigma_h = 0.2 \cdot v''$$

gdje je v'' vrijednost parsu libele.

Utjecaj pogreške horizontiranja odnosno nagiba vertikalne osi teodolita na mjereni horizontalni pravac možemo izraziti formulom:

$$\sigma_H'' = \sigma_h'' \cot z$$

gdje je z zenitna duljina.

6.5.2.4 Vanjske pogreške horizontalnih kutova

U vanjske pogreške horizontalnih kutova spadaju pogreške koje možemo ukloniti metodom rada ili određenim uvjetima pri mjerenju:

1. utjecaj bočne refrakcije,
2. pogreška centriranja instrumenta,
3. pogreška centriranja signala i
4. pogreška uvijanja stativa

Možemo ih reducirati metodom rada ili određenim uvjetima pri mjerenju.

Utjecaj bočne refrakcije Kod preciznijih mjerenja koja se izvode pri probodu tunela o ovoj pogrešci potrebno je voditi računa. Poznato je da vizura ne smije prolaziti blizu objekta (najmanje 1m) zbog djelovanja bočne refrakcije na mjereni pravac. Indeks loma ovisan je o temperaturi i tlaku zraka utjecaj refrakcije možemo prikazati izrazom:

$$\sigma'' = \frac{\rho''}{d} \cdot l \cdot L \cdot 0.29993 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{p}{\alpha \cdot T^2} \text{grad}T$$

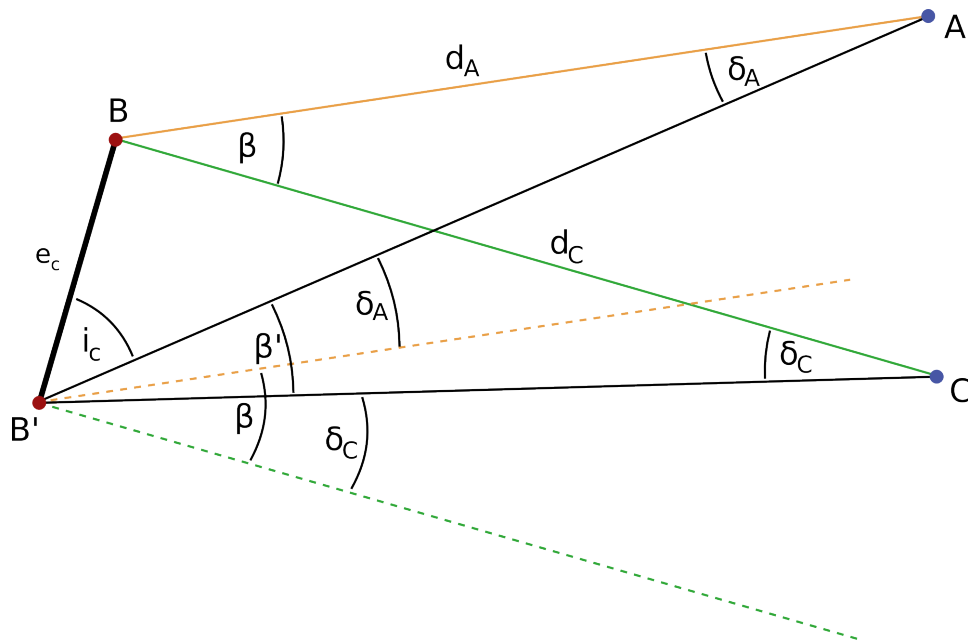
gdje je

- σ'' – kut refrakcije,
- L – udaljenost promatrane točke trajektorije zrake svjetlosti od cilja viziranja
- d – ukupna duljina trajektorije zrake svjetlosti
- l – duljina stijene koja izaziva bočnu refrakciju
- p – tlak zraka u milibarima
- α – koeficijent širenja zraka 1/273.2
- T – temperatura u kelvinima
- grad T – horizontalni temperaturni gradijent u K/m

Srednja vrijednost temperaturnog gradijenta ovisna je o udaljenosti trajektorije zrake svjetlosti od bočnih stijena u tunelu i iznosi od 0; 0.05; 0.06 do 0.1 K/m. Utjecaj bočne refrakcije je sistematskog karaktera i može izazvati pogrešku u točnosti 0.5m proboda tunela. Zbog utjecaja bočne refrakcije treba tunelsku mrežu izvesti u obliku lanca trokutova ili četverokuta.

Vizura treba biti udaljena od zida najmanje 1-2m.

Utjecaj pogreške centriranja instrumenta Ukoliko optički visak nije ispravan, a prethodno ga nismo ispitali, pa stoga je došlo do pogreške pri centriranju instrumenta. Instrument smo trebali centrirati na točku B, a zbog lošeg optičkog viska centrali smo u B' pa smo umjesto kuta β mjerili kut β' .



Slika 6.12: Utjecaj pogreške centriranja instrumenta

Traženi kut β bit će

$$\beta = \beta' + \delta_C - \delta_A$$

$$\Delta\beta = \beta - \beta' = \delta_C - \delta_A \text{ jer je } \beta = \beta' + \delta_C - \delta_A$$

Iz trokuta CBB' proizlazi:

$$\sin \delta_C : \sin(i_C + \beta') = e_c : d_c$$

gdje je e_c pogreška centriranja instrumenta

$$\sin \delta_C = \frac{e_c}{d_c} \sin(i_C + \beta')$$

Iz trokuta ABB' proizlazi

$$\sin \delta_A : \sin i_C = e_c : d_a$$

$$\sin \delta_A = \frac{e_C}{d_a} \sin i_C$$

Kako su kutovi δ_A i δ_C mali kutovi može se uzeti da je:

$$\delta_C = \frac{e_C \cdot \rho''}{d_C} \sin(i_C + \beta')$$

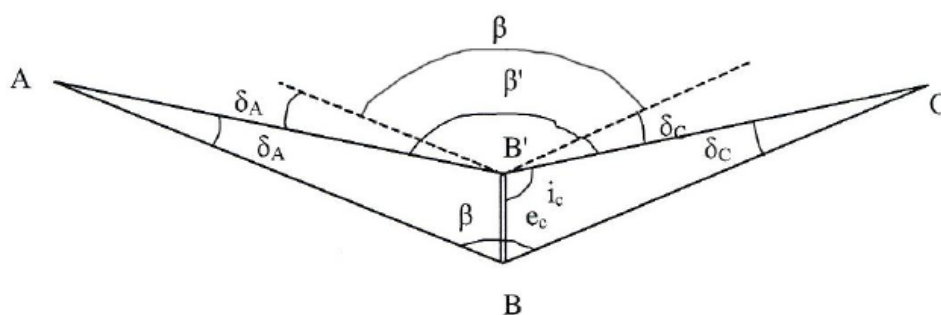
$$\delta_A = \frac{e_C \cdot \rho''}{d_A} \sin i_C$$

Tada je

$$\Delta\beta = \delta_C - \delta_A = \frac{e_C \rho''}{d_C} \sin(i_C + \beta') - \frac{e_C \rho''}{d_A} \sin i_C$$

$$\Delta\beta = e_C \rho'' \left[\frac{1}{d_C} \sin(i_C + \beta') - \frac{1}{d_A} \sin i_C \right]$$

Najnepovoljniji slučaj je kada je $\beta' = 180^\circ$ i $i_C = 90^\circ$.



Slika 6.13: Nepovoljan slučaj kod pogrešnog centriranja instrumenta

Prema slici 6.13 bit će

$$\beta = \beta' - (\delta_A + \delta_C)$$

$$\Delta\beta = \beta - \beta' = -(\delta_A + \delta_B)$$

i ako je $\beta' = 180^\circ$ (ispruženi poligonski vlak) a $i_C = 90^\circ$ onda će biti

$$\Delta\beta = e_C \rho'' \left[\frac{1}{d_a} \sin 270^\circ - \frac{1}{d_c} \sin 90^\circ \right]$$

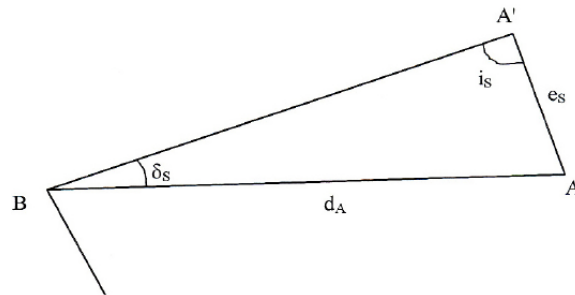
i ako uzmemo da je: $d_a = d_c = d$.

$$\Delta\beta = e_c \rho'' \left[\frac{1}{d_a} (-1) - \frac{1}{d_c} \right] = \frac{e_c \rho''}{d} (-1 - 1)$$

$$\Delta\beta = -2 \frac{e_c \rho''}{d}$$

Za $d=100$ m i $e_c = 0.5$ cm, bit će $\Delta\beta \approx 20''$.

Utjecaj pogreške centriranja signala Ako je signal na kojeg viziramo postavljen ekscentrično na točke, dolazi do pogreške opažanog pravca izražen kutom δ_s .



Slika 6.14: Pogreška centriranja signala

Vrijedi:

$$\begin{aligned} \sin \delta_s : \sin i_s &= e_s : d_A \\ \sin \delta_s &= \frac{e_s}{d_A} \sin i_s \end{aligned}$$

gdje je e_s pogreška centriranja signala. Pogreška mjerenog pravca ovisi pored veličine e i o kutu i_s pod kojim je signal nagnut prema vizurnoj ravnini.

Odgovarajuća srednja pogreška kuta će biti

$$m''_u = \delta''_s \sqrt{2}$$

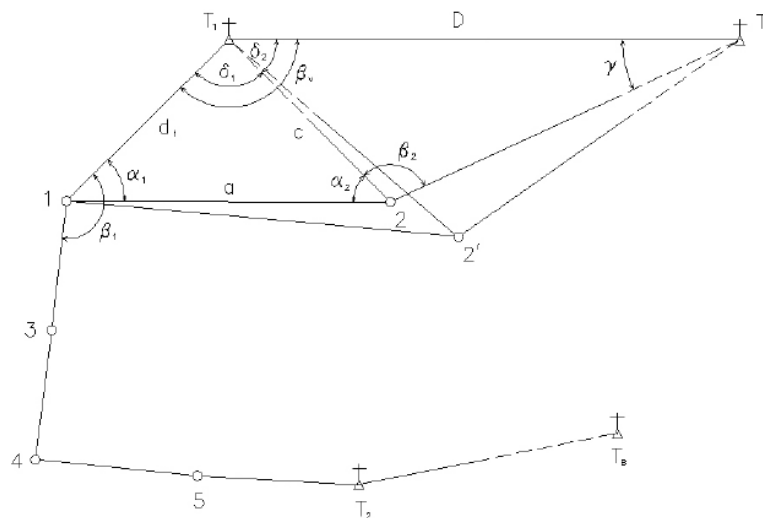
Pogreška uvijanja stativa Nastaje zbog različitog istežanja pojedinih dijelova stativa uslijed zagrijavanja. Ova pogreška otklanja se tako što se kut mjeri dva puta, polazeći jednom od lijevog, a drugi put od desnog pravca ili da stativ bude zaštićen od djelovanja sunčevih zraka.

Za ocjenu točnosti mjerenja poligonskog kuta poslužit će i ovdje dvostruka kolimacijska pogreška. Ako je kut mjeren u dva girusa, razlika $\Delta\beta$ između rezultata mjerenja istog kuta u oba girusa može biti:

- Pri mjerenju teodolitom sa podatkom $20''$ ili $30''$ $\Delta\beta < 90''$
- Ako je podatak $1''$ $\Delta\beta < 20''$ ako je vizirano na značke

6.6 Priključak poligonskog vlaka na nepristupačnu točku

U slučaju kada poligonski vlak polazi od triangulacijske točke koja je tvor- nički dimnjak ili toranj crkve pa se poligonski vlak na te točke ne može priključiti na elementarni način. Na tim točkama se naime ne može izravno mjeriti prva poligonska strana i vezni kut β_v . Priključak poligonskog vlaka na takvu visoku točku možemo ostvariti na više načina ovisno o terenskim uvjetima.



Slika 6.15: Priključak poligonskog vlaka na nepristupačnu točku

Dakle, nije moguće izmjeriti vezni kut β_v i prvu stranu poligonskog vlaka d_1 . Za određivanje tih veličina potrebno je postaviti jednu ili više pomoćnih točaka. Za slučaj kao na slici postavili smo točku 2 i izmjerili $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$ i a . To isto ponovimo još jednom (odnosno formiramo trokut $T_1, 1, 2'$ zbog kontrole i povećanja točnosti).

Vezni kut β_v će biti:

$$\beta_v = \delta_1 + \delta_2$$

gdje je

$$\delta_1 = 180^\circ - (\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\delta_2 = 180^\circ - (\beta_2 + \gamma)$$

Za kontrolu mora biti

$$\beta_v = 360^\circ - (\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma)$$

Prva poligonska strana dobit će se sinusovim poučkom

$$a : d_1 = \sin \delta_1 : \sin \alpha_2 \implies d_1 = \frac{a \sin \alpha_2}{\sin \delta_1}$$

$$a : c = \sin \delta_1 : \sin \alpha_1 \implies c = \frac{a \sin \alpha_1}{\sin \delta_1}$$

$$c : D = \sin \gamma : \sin \beta_2$$

$$\sin \gamma = \frac{c \sin \beta_2}{D} = \frac{a \sin \alpha_1 \sin \beta_2}{D \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

Tada je traženi kut β_v moguće dobiti iz formule

$$\beta_v = 360^\circ - [\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \arcsin \frac{a \sin \alpha_1 \sin \beta_2}{D \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}]$$

Da bi se dobio izraz za srednju pogrešku kuta β_v potrebno je izraz diferencirati po promjenjivim (mjerenim veličinama) i po datoj dužini D izračunatoj iz koordinata.

Poslije diferenciranja i sređivanja dobit će se:

$$\frac{\partial \beta_v}{\partial a} = \frac{\tan \gamma}{a}$$

$$\frac{\partial \beta_v}{\partial D} = -\frac{\tan \gamma}{D}$$

$$\frac{\partial \beta_v}{\partial \alpha_1} = 1 + \frac{\sin \alpha_2 \tan \gamma}{\sin \beta_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\frac{\partial \beta_v}{\partial \alpha_2} = 1 - \tan \gamma \cot(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\frac{\partial \beta_v}{\partial \alpha_2} = 1 + \tan \gamma \cot \beta_2$$

Koristeći ove veličine dobiti ćemo izraz za srednju pogrešku veznog kuta:

$$m_{\beta_v}^2 = \frac{\tan^2 \gamma}{a} m_a^2 + \frac{\tan^2 \gamma}{D} m_D^2 + [1 + \frac{\sin \alpha_2 \tan \gamma}{\sin \beta_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}]^2 m_{\alpha_1}^2 + [1 - \tan \gamma \cot(\alpha_1 + \alpha_2)]^2 m_{\alpha_2}^2 + [1 + \tan \gamma \cot \beta_2]^2 m_{\beta_2}^2$$

Ovaj izraz nije pogodan za praktičnu primjenu za računanje dozvoljenih kutnih odstupanja pa je potrebno učiniti izvjesne pretpostavke:

1. Svi kutovi u vlaku mjereni su istom točnošću odnosno istom srednjom pogreškom $m_\beta = \pm 20''$

2. Kutovi α_1 i α_2 su po 60°
3. Strana $a = 200$ m
4. Strana $D = 1000$ m određena sa srednjom pogreškom ± 1 dm
5. Kut $\gamma = 10^\circ$ (rijetko kada prelazi ovu vrijednost)
6. $\beta_2 = \delta_2 = 85^\circ$

Uz prihvaćanje ovih pretpostavki izračunati su pojedini članovi formule koji iznose:

$$\frac{\tan \gamma^2}{a} = 755 \cdot 10^{-11}$$

$$\frac{\tan \gamma^2}{D} m_D^2 = 31 \cdot 10^{-11}$$

$$\left[1 + \frac{\sin \alpha_2 \tan \gamma}{\sin \beta_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}\right]^2 m_{\alpha_1}^2 = 1390 \cdot 10^{-11}$$

$$\left[1 - \tan \gamma \cot(\alpha_1 + \alpha_2)\right]^2 m_{\alpha_2}^2 = 1210 \cdot 10^{-11}$$

$$\left[1 + \tan \gamma \cot \beta_2\right]^2 m_{\beta_2}^2 = 1020 \cdot 10^{-11}$$

Nakon uvođenja ovih vrijednosti dobije se:

$$\left(\frac{m_{\beta_v}}{\rho''}\right)^2 = 1000 \cdot 10^{-11}$$

Ovo nam daje za pravo da se za dozvoljeno odstupanje dovoljno točno može uzeti da je:

$$m_{\beta_v}^2 = 4 \cdot m_{\beta}^2$$

gdje je

- m_{β_v} – srednja pogreška izračunatog veznog kuta
- m_{β} – srednja pogreška mjerenih kutova

Na kraju se može napisati izraz za srednju pogrešku kutnog odstupanja:

$$m_{f_{\beta}} = m_{\beta} \sqrt{N + N_1 + \frac{m_{\varepsilon}^2}{m_{\beta}^2} B^t Q_{\varepsilon} B}$$

gdje je

- N ukupan broj prijelomnih i veznih kutova u vlaku a
- N_1 broj kutova koji su izmjereni u cilju određivanja veznog kuta Izraz 1 pruža mogućnost razmatranja utjecaja pojedinih mjerenih elemenata na točnost određivanja veznog kuta.

U svim parcijalnim izvodima vidimo da se pojavljuje kut γ odnosno $\tan \gamma$, pa će svi izvodi biti manji što je kut γ manji, a najmanji je ako je $\gamma = 0^\circ$.

Zato pri izboru mjesta za pomoćnu točku nastojimo da se oformi trokut sa što manjim kutom γ .

Kut β_2 ulazi u formulu preko $\cot \beta_2$ ili $\frac{1}{\sin \beta_2}$ pa će njegov utjecaj biti manji što je kut β_2 bliži 90° .

Da bi oba uvjeta bila zadovoljena potrebno je da daleka točka T_A bude što dalje. Najpovoljnije bi bilo također da zbroj kutova α_1 i α_2 bude 90° .

Utjecaj pogreške stranice a biti će to manji što je ona dulja, dok je utjecaj date stranice zanemariv.

Sve ovo upućuje na to da prvi trokut treba biti pravokutan sa što dužom mjerenom hipotenuzom a , a drugi trokut istokračan sa što daljom točkom T_A .

Dokazano je da je srednja pogreška veznog kuta jednaka dvostrukoj pogrešci mjenog kuta.

O ovoj činjenici treba se voditi računa pri raspodjeli kutnog odstupanja u poligonskom vlaku. Popravka mjenog kuta će biti:

$$\nu_\beta = \frac{f_\beta}{N + N_1}$$

gdje je $N + N_1$ broj kutova koji se koriste pod korijenom pri računanju dozvoljenog kutnog odstupanja.

Vezni kut β_v dobit će popravku:

$$\nu_{\beta_v} = (1 + N_1)\nu_\beta$$

jer je njegova težina jednaka $\frac{1}{1+N_1} = \frac{1}{4}$, dok je težina mjenog kuta 1.

Poglavlje 7

Satelitsko pozicioniranje

7.1 Uvod

Koncept satelitskog pozicioniranja začet je lansiranjem prvog umjetnog satelita (SSSR Sputnjik) 1957. godine. Zatim SAD lansira satelit za potrebe navigacije pod nazivom TRANSIT, 1967. godine. Nedostatak je bio dugotrajno opažanje i niska točnost. Stoga je Ministarstvo obrane SAD-a pokrenulo razvoj novog sustava pod nazivom NAVSTAR-GPS. Prvi eksperimentalni GPS-satelit lansiran je 1978. godine dok je potpuna konstelacija bila planirana za 1987. godinu a kompletiranje 1993. godine.

Relativna točnost je od nekoliko milimetara a intervali opažanja su skraćeni na svega nekoliko minuta. Za udaljenosti veće od 5 km, GPS se pokazao točnijim od elektrooptičkih daljinomjera. GPS ima široku primjenu u inženjerskim mjerenjima. Osim visoke točnosti ima ove prednosti:

- Položaj je neposredno određen u 3D Kartezijevom koordinatnom sustavu
- Dogledanje između točaka na terenu više nije nužno
- Svaka točka je određena zasebno pa nema prijenosa pogrešaka
- Konfiguracija (geometrija) mreže više nije primarna
- Upotreba GPS uređaja ne zahtijeva posebne vještine
- Položaj se može odrediti na Zemlji, na moru i u zraku
- Mjerenje se može baviti bez obzira na doba dana i meteorološke uvjete

7.2 Dijelovi GPS sustava

7.2.1 Podjela

Sustav GPS sastoji se od tri dijela

1. Svemirski segment
2. Kontrolni segment
3. Korisnički segment

7.2.2 Svemirski segment

Svemirski segment čini 28 satelita teških oko 400 kg a energiju osiguravaju dva solarna kolektora i tri Ni-Cd baterije. Vrijeme potrebno da obiđu Zemlju je 11 h i 57 min. Kruže u 6 orbitalnih ravnina koje su nagnute 66° prema ekvatoru što omogućuje satelitu da se pet sati zadrži iznad horizonta. Sustav garantira prijem signala s minimalno četiri satelita na cijeloj Zemlji. Svaki satelit ima osnovnu frekvenciju od 10.23 MHz na temelju koje odašilje dva radio signala L_1 i L_2 . Na te je signale moduliran takozvani C/A kod koji se danas zove standardni S-kod i precizni P-kod. P-kod omogućuje precizno pozicioniranje i rezerviran je za potrebe vojske SAD-a i saveznika, a S-kod standardno pozicioniranje i slobodan je za civilnu upotrebu.

Standardno pozicioniranje omogućuje točnost apsolutnog pozicioniranja 100-300 m dok je točnost preciznog 5-10 m.

Kodovi su ustvari očitavanja vremena s ultrapreciznih satova kojima su opremljeni sateliti. Svaki satelit ima tri rubidijeva sata koji posjeduju visoku preciznost. Osim vremena svakom signalu se upisuje i formatirana poruka s identifikacijom satelita, položajem satelita (efemeridama), podacima o hodu sata, ionosferskim podacima, itd.

7.2.3 Kontrolni segment

Ima zadatak nadzora satelitskog vremenskog standarda, orbita satelita i njihova mehaničkog stanja. NI vremenski standardi ni orbite satelita nisu dovoljno stabilne da bi ih se duže vrijeme moglo ostaviti bez provjere. Kontrolni segment ima zadatak

- kontinuirano opažati – pratiti gibanje satelita i unaprijed određivati (predvidjeti) vrijednosti elemenata njihove putanja (orbite)
- Pratiti rad satelitskih satova i određivati (predvidjeti) ekstrapolacijom njihov hod unaprijed
- Odašiljati na GPS satelite predcirane elemente njihove orbite i predviđeno ponašanje sata na satelitima

Sastoji se od

- Pet opažачkih stanica
- Jedne glavne kontrolne stanice (kompjutorskog centra)

- Tri Zemaljske antene

Opažačke stanice imaju GPS uređaje s dvije frekvencije, računalo i komunikacijske veze s glavnom kontrolnom stanicom. Neprestano prikupljaju podatke sa svih satelita iznad njihova horizonta, korigiraju pseudoduljine za troposfersku i ionosfersku refrakciju te otklanjaju mjerne šumove. Tako obrađene pseudoudaljenosti šalju se dalje glavnoj stanici pomoću specijalnih veza. Rad opažačkih stanica potpuno je automatiziran a kontrolira se na glavnoj kontrolnoj stanici.

Glavna kontrolna stanica prima prikupljene podatke na opažačkim stanicama, ima osnovu tih izmjerenih podataka (duljina i vremena) i poznatih koordinata svih opažačkih stanica u svjetskom geodetskom koordinatnom sustavu WGS84 računa efemeride i hod sata. Ti podaci se odašilju zemaljskim antenama po posebnim zaštićenim vezama, a one ih šalju natrag na satelite.

Zemaljske antene šalju primljene navigacijske poruke iz glavne kontrolne stanice na odgovarajuće satelite pomoću radio veze. U normalnim okolnostima sateliti se snabdjevaju s novim izračunatim podacima svakih osam sati. Kod eventualnih smetnji može se raditi s dugoročno unaprijed izračunatim efemeridima, koje su stalno memorirane u satelitima do 14 dana. Svakako u tom slučaju gubi se točnost. Osim toga antene za Zemlji primaju poruke sa satelita o prijemu navigacijskih poruka i orbitalnih kontrolnih poruka kao i ispravnosti primljenih podataka sa satelita tj. rada uređaja na satelitu.

7.3 Osnovno načelo satelitskog pozicioniranja

Da bismo odredili tri koordinate stajališne točke (X,Y,Z) načelno je nužno odrediti udaljenosti do najmanje tri satelita čije su koordinate poznate. Pojednostavljeno, satelit odašilje signal koji sadrži informaciju o vremenu polaska signala sa satelita (t_s) a prijammnik registrira vrijeme dolaska te informacije (t_p). Tada je vremenski interval putovanja signala od satelita do prijammnika jednako $(t_p - t_s) = D_t$.

Taj se vremenski interval još naziva i vrijeme kašnjenja, a tražena udaljenost se može odrediti po formuli

$$R = C(t_p - t_s) = CD_t$$

gdje je c brzina svjetlosti.

Iako se prema navedenom postupak određivanja udaljenosti čini vrlo jednostavnim za što bi bilo nužno da prijammnik ima jednako točan sat kao i satelit i da su satovi savršeno sinkronizirani, a što nije slučaj. Dakle, postoji pogreška vremenske razlike između dvaju satova koja uzrokuje pogrešnu procjenu vremena kašnjenja. Zbog toga se izračunate udaljenosti nazivaju pseudoudaljenosti.

Pogreška vremenske razlike eliminira se opažanjem četiri satelita umjesto tri i uvođenjem četvrte nepoznanice. Prostorna udaljenost je definirana iz koordinatnih razlika kao

$$R = (\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)^{1/2}$$

Kako je pogreška uzrokovana nesinkroniziranošću satova konstanta za pojedini prijemnik (δR), slijedi ovaj sustav jednažbi:

$$R_1 + \delta R = [(x_1 - x_p)^2 + (y_1 - y_p)^2 + (z_1 - z_p)^2]^{1/2}$$

$$R_2 + \delta R = [(x_2 - x_p)^2 + (y_2 - y_p)^2 + (z_2 - z_p)^2]^{1/2}$$

$$R_3 + \delta R = [(x_3 - x_p)^2 + (y_3 - y_p)^2 + (z_3 - z_p)^2]^{1/2}$$

$$R_4 + \delta R = [(x_4 - x_p)^2 + (y_4 - y_p)^2 + (z_4 - z_p)^2]^{1/2}$$

gdje su

- $x_n, y_n, z_n \dots$ koordinate satelita 1,2,3 i 4
- $x_p, y_p, z_p \dots$ nepoznate koordinate stajališta P
- $R_n \dots$ mjerene udaljenosti do satelita

Rješenjem sustava četiri jednažbe s četiri nepoznanice ($x_p, y_p, z_p, \delta R$) eliminira se pogreška nesinkroniziranosti satova na satelitima i prijemniku.

7.4 Terenski GPS postupci

GPS tehnologija se koristi u različite svrhe: od dinamičkih mjerenja za navigacijske potrebe do statičkih mjerenja za određivanje osnovnih geodetskih radova. Različita je točnost koju određena primjena zahtijeva: od nekoliko stotina metara do nekoliko milimetara. Svi se postupci zasnivaju na upotrebi bilo kodnih bilo faznih mjerenja. Općenito se može reći da se kodna mjerenja primjenjuju u navigaciji dok potreba za većom preciznošću nameće upotrebu faznih mjerenja u geodetskim radovima. Osnovna mjerna jedinica S-koda je oko 30 m, dok je to za fazna mjerenja oko dva milimetra.

Osnovna metoda pozicioniranja kodnim mjerenjem do četiri satelita sa samo jednim prijemnikom daje trodimenzionalne koordinate x,y,z s točnošću od 30 m. Pri diferencijalnom postupku ne određuju se apsolutne koordinate točaka nego koordinatne razlike $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ na kojima su postavljeni prijamnici koji simultano primaju signale.

7.4.1 Postupci mjerenja

7.4.1.1 Statički postupak

Daje visoku točnost na velikim daljinama tipično za geodetske mreže. Jedan se prijemnik postavlja na točku s poznatim koordinatama, a drugi se postavlja na točku nepoznatih koordinata. Opažanje može trajati ovisno o traženoj točnosti a najmanje je (20 mm + 2 min/1 km) do nekoliko sati što je nužno zbog promjene geometrijskog odnosa između prijemnika i satelita kako bi se odredile inicijalne vrijednosti cjelobrojne neodređenosti. Tim se postupkom postiže točnost od $\pm 5mm \pm 1ppm$. Ovaj način primjenjuje se kod osnovnih geodetskih mreža, opažanja pomaka tektonskih ploča te za deformaciju mjerenja.

7.4.1.2 Brzi statički postupak

Kao hibrid između statičkih i kinematičkih postupaka osobito je pogodan za mnoge inženjerske zadatke. Jedan se prijemnik postavlja na referentnu točku i kontinuirano prati sve satelite za vrijeme izmjere. Drugi se postavlja na preostale točke ali samo na nekoliko minuta, najčešće od 2-15 min. Točnost je ispod 1 cm. može se primijeniti i na udaljenosti većoj od 10 km, ali je nužno produžiti vrijeme opažanja najmanje 30 min.

7.4.1.3 Pseudo-kinematički postupak

Temelji se na ponavljanju mjerenja nakon određenog vremena (od 1-2 h) da bi se promjena u geometrijskoj konfiguraciji iskoristila za rješavanje cjelobrojne neodređenosti. Glavni prijemnik je na referentnoj točki s poznatim koordinatama dok se drugim opaža po nekoliko minuta na nepoznatim točkama. Nakon 1-2 h drugi se prijemnik postavlja opet na prvu nepoznatu točku i tako redom dalje.

7.4.1.4 Kinematički postupak

Kod ovih mjerenja prvi prijemnik je na referentnoj točki dok se drugi prijemnik (rover) brzo kreće određujući svoj položaj u intervalu kraćem od 1 s. Prijem signala s najmanje 4 satelita mora biti neprekidan.

7.4.1.5 Kinematika u realnom vremenu (RTK)

Ovo je postupak kojim se relativne koordinate nepoznate točke prema poznatoj određuju neposredno nakon postavljanja pokretnog prijemnika na nju. Dok svi ranije navedeni postupci zahtijevaju naknadnu obradu, kod RTK postupaka se svi potrebni podaci dobiveni na referentnom prijemniku uz pomoć radio-veze šalju pokretnom prijemniku.

	Apsolutno pozicioniranje	Diferencijalni postupak
Ionosfera	15-20 m	2-3 m
Troposfera	3-4 m	1 m

Postupak zahtijeva i poseban softver za obradu mjerenja i primljenih korekcija koji se nalaze na pokretnoj stanici. Ima primjenu pri izmjeri detalja i iskolčenju građevinskih objekata, jer se na terenu u realnom vremenu uz pomoć odgovarajućeg softvera može grafički prikazati smjer i udaljenost do slijedeće točke koju treba iskolčiti.

7.5 Izvori pogrešaka

Na točnost određivanja koordinata uz pomoć GPS tehnologije utječu:

- pogreške u mjerenju udaljenosti (satovi prijmnika i satelita)
- točnost putanje satelita
- atmosferska refrakcija
- višestrukost signala
- geometrija satelita i prijmnika
- softver za obradu podataka

Većina se pogrešaka može ukloniti diferencijalnim postupcima u obradi rezultata mjerenja.

- Pogreška sata prijmnika rezultat je njegove nekompatibilnosti sa satom satelita. Zbog te pogreške i govorimo o pseudo-udaljenostima. Budući da je brzina svjetlosti približno 300000 km/s, pogreška od 0.01 s rezultira pogreškom udaljenosti od 3000 km. Pogreška se rješava opažanjem četiri satelita.
- Putanje satelita bi prema specifikaciji trebale biti točne do 3.7 m ali je u praksi česta potreška od 10 do 20 m.
- Pogreška putanje od 10 m utječe na baznoj liniji duljine 10 km oko 5 mm. Diferencijalni postupak eliminira pogrešku na kraćim udaljenostima, dok je u naknadnoj obradi uputno koristiti precizne putanje satelita.
- Atmosferska refrakcija dijeli se na ionosfersku i troposfersku. Pogreška se znatno smanjuje diferencijalnim postupcima

- Najpovoljniji položaj satelita je kad su tri satelita približno pri horizontu jednako međusobno udaljeni i da je jedan satelit blizu zenita mjesta mjerenja. PDOP je broj koji označava tu geometrijsku određenost a povoljniji je što je manji. Kad PDOP prijeđe 7 prekida se s radom kod preciznijih mjerenja.

7.6 Primjena GPS mjerenih postupaka

GPS postupci svoju veliku primjenu nalaze u katastru nekretnina prilikom novih izmjera dijela ili cijelih katastarskih općina, a često i u cilju održavanja katastarskih planova manjih dijelova jedne katastarske općine. Oko 80% površine republike Hrvatske pokriveno katastarskim planovima grafičke izmjere iz 19. stoljeća, a svega 20% katastarskih planova je rezultat nove izmjere ili izmjere u sklopu komasacije. Veliki broj tih planova je skaniranjem preveden u digitalni oblik, što pomaže njihovom očuvanju od uništenja, ali su loše kvalitete, odnosno točnosti, te ih je potrebno obnoviti novom izmjerom da bi se dobili stvarni prostorni podaci o obliku, površini i sadržaju. Iz toga razloga intenziviralo se izvođenje novih katastarskih izmjera, posebno za katastarske općine koje koriste stare planove (M 1:2880 i dr.). Ovisno o izgrađenosti područja izmjere koriste se terestričke metode, metode satelitske geodezije i fotogrametrijska metoda ili njihova kombinacija. U zadnje vrijeme radi se na spajanju GPS-a s elektroničkim tahimetrima, što nam omogućuje snimanje objekata koje GPS metodama nismo u mogućnosti snimiti. GPS postupci imaju raznoliku primjenu u katastru nekretnina. Najčešće se koriste za stabilizaciju osnovnih geodetska mreža. Geodetska osnova uspostavlja se uglavnom koristeći statičke postupke. Danas se uglavnom koristi brza statika. Točnost je ovisna o vrsti prijamnika, vremenu opažanja i duljini bazne strane.

Statički postupci daju visoku točnost na velikim udaljenostima. Zbog toga se najčešće koriste za određivanje geodetskih mreža kod novih katastarskih izmjera, ili za progušćivanje točaka geodetske osnove na određenim područjima na kojima je stabiliziran nedovoljan broj stalnih geodetskih točaka. Također možemo koristiti statičke metode prilikom ponovnog određivanja uništenih točaka geodetske osnove. Vrijeme opažanja ovisi o vrsti prijamnika koji koristimo i traje 20 min. + 2 min/km ako radimo s dvofrekventnim prijamnicima, ili 30 min + 3 min/km ako radimo s jednofrekventnim prijamnicima, s time da u tom slučaju moramo opažati svaku točku u dvije sesije. Primjena statičkih postupaka nalazi se često i kod određivanja orijentacijskih točaka, za kontrolu, obnovu i progušćivanje točaka geodetske osnove.

7.6.1 RTK

Ova metoda omogućuje nam snimanje velikog broja točaka i njihov prikaz u realnom vremenu, te direktno iscrtavanje detalja na terenu, što olakšava naknadnu obradu u uredu. Zbog svojih karakteristika ova se metoda vrlo efikasno primjenjuje kod novih katastarskih izmjera, gdje se mjeri velika količina detaljnih točaka na relativno malom području. Ova metoda također je vrlo prikladna i pruža dovoljnu točnost kod iskolčenja točaka.

Za traženje točaka geodetske osnove vrlo su se korisni pokazali uređaji za apsolutno pozicioniranje. Iako oni za većinu geodetskih radova nisu dovoljno točni, u katastru nekretnina ove uređaje možemo primijeniti u traženju poznatih točaka geodetske osnove (trigonometarske, poligonske i GPS točke). Pogotovo u kombinaciji s detektorom metala, ako tražimo točke koje u sebi imaju ugrađenu metalnu bolcnu ili metalni podzemni centar, ovom metodom možemo postići vrlo dobre rezultate.

7.7 Buduće smjernice

U razvijenim zemljama zapadne Europe trenutno je trend postavljanje mreže permanentnih baznih stanica na poznate točke, koje neprestano sakupljaju podatke i šalju ih u računalni GPS centar, gdje se ti podaci obrađuju. Na temelju njih prave se ispravke opažanja i korekturni modeli. Korisnik centru dostavlja svoje približne koordinate i od tamo dobiva opažanja svoje virtualne referentne stanice. Pozicioniranje mobilne stanice radi se tada preko jedne kratke osnovne linije prema virtualnoj referentnoj stanici koja je prilično oslobođena utjecaja pogrešaka koje ovise o udaljenosti.

Ova metoda ima sljedeće prednosti:

- mali opseg poslova obrade: rješenje višeznačnosti u mreži referentnih stanica i izračunavanje modela pogrešaka i korektura opažanja mora uslijediti samo jednom, neovisno o broju korisnika
- kontrola kvalitete: istovremeno s obradom mreže realnih referentnih stanica može se napraviti temeljna kontrola kvalitete podataka opažanja, tako da korisnik dobije na raspolaganje samo kontrolirana opažanja
- manji opseg komunikacije: prijenos podataka do korisnika ograničava se na jedan skup korektura opažanja i parametre korekture plohe ili na podatkovni skup opažanja virtualne stanice. Takvi podaci mogu se slati i putem GSM mreža
- omogućava korištenje postojećih softvera: pozicioniranje slijedi preko jedne jedine osnovne linije tako da se u real-time postupcima kao i u postprocessing postupcima mogu koristiti postojeći i široko rasprostranjeni komercijalni softverski paketi.

Ovaj način omogućio bi još efikasniju izmjeru i na nama je da ga ostvarimo. Također je za očekivati i razvoj integracije GPS-tahimetara.

Popis slika

1.1	Određivanje polumjera (radijusa) Zemlje prema Eratostenu . . .	2
1.2	Geoid iz CHAMP misije	4
1.3	Nivo ploha mora i nivo plohe točaka na površini Zemlje . . .	6
1.4	Prividni i pravi horizont	7
1.5	Kartezijev pravokutni koordinatni sustav	11
1.6	Geodetski (elipsoidni) koordinatni sustav	11
1.7	World geodetic system (WGS84)	12
1.8	Nereducirane koordinate	17
1.9	Reducirane koordinate	17
1.10	Projekcija srednjeg meridijana	18
1.11	Veza između državnog koordinatnog sustava i WGS84 sustava	18
1.12	Shematski prikaz transformacije	20
1.13	Osnovne značajke horizontalnog (referentni elipsoid) i vertikalnog datuma (geoid)	21
2.1	Koncept nivelmana	22
2.2	Trigonometrijsko mjerenje visina	23
2.3	Geometrijski nivelman	24
2.4	Nivo plohe kod geometrijskog nivelmana	25
2.5	Pogreška uslijed zakrivljenosti Zemlje	26
2.6	Obostrano priključen nivelmanski vlak i zatvoreni nivelman- skivlak	27
2.7	Niveliranje “iz sredine”	29
2.8	Niveliranje “s kraja”	29
2.9	Detaljni nivelman po pravcima	34
2.10	Detaljni nivelman pravilnih figura	34
2.11	Detaljni nivelman uzdužnog profila	36
2.12	Detaljni nivelman poprečnih profila	36
2.13	Poprečni profil s prekoprofilom i podprofilom	37
2.14	Položaj profila u krivini	37
2.15	Poprečni presjek prometnice	38
2.16	Poprečni presjek prometnice	38
2.17	Visine u detaljnom nivelmanu	38

2.18	Računanje veznih točaka	39
2.19	Kubatura tunela	41
2.20	Stabilizacija niskog repera	42
2.21	Stabilizacija niskog repera	42
2.22	Stabilizacija visokog repera	43
2.23	Priključak na visoki reper	43
2.24	Slučaj kada je vizura ispod visokog repera	44
2.25	Veza preciznog nivelmana na reper s rupicom	45
2.26	Očitavanje ravnala	45
2.27	Očitavanje ravnala kada vizura prolazi ispod rupice repera	46
2.28	Prijenos visine čitanjem položaja na letvi kosom vizurom	47
2.29	Prijenos visine repera pomoću građevinske libele	48
2.30	Ispravno i neispravno čitanje letvi kod preciznog nivelmana	49
2.31	Utjecaj refrakcije u geometrijskom nivelmanu (utjecaj refrakcije nije prikazan na lijevoj strani jer je zanemariv zbog veće visine od terena)	52
2.32	Uvjet visine vizure kod nivelmana radi smanjenja utjecaja refrakcije	54
2.33	Loše niveliranje zbog niske vizure	54
2.34	Dobar primjer niveliranja zbog visoke vizure	54
2.35	Nevertikalno postavljanje letve	56
2.36	Savijanje nivelmanske letve	57
2.37	Neparalelnost kolimacijske osi nivelira s horizontalnom osi	59
2.38	Koncept trigonometrijskog nivelmana	61
2.39	Trigonometrijski nivelman	62
2.40	Utjecaj zakrivljenosti Zemlje	66
2.41	Utjecaj refrakcije zbog različite gustoće zračnih slojeva	68
2.42	Utjecaj refrakcije zraka	68
2.43	Povezanost koeficijenta refrakcije s vremenom	72
2.44	Trigonometrijsko mjerenje visina bliskih točaka	75
2.45	Trigonometrijsko mjerenje visina bliskih točaka (drugi način)	76
3.1	Triangulacijska mreža	80
3.2	Geodetski četverokut	81
3.3	Centralni sistem	82
3.4	Lanac trokuta	82
3.5	Kombinacija mreža	82
3.6	Presijecanje naprijed	85
3.7	Točnost presijecanja	85
3.8	Točnost presijecanja	85
3.9	Odnos pravaca pri presjeku naprijed	87
3.10	Dogledanje dvije točke	88
3.11	Utjecaj refrakcije	89
3.12	Gustoća GPS točaka	89

3.13	Stabilizacija trigonometrijskih mreža	90
3.14	Opažani pravac sa date točke (DT) na traženu točku naziva se vanjski pravac	90
3.15	Opažani pravac sa tražene točke na da tu točku naziva se unutarnji pravac	90
3.16	Ako je sa tražene točke (TT) opažana dana točka (DT) i obrnuto takv se pravac naziva obostrani	91
4.1	Metode snimanja	92
4.2	Prikaz ograde sa znakom pripadnosti	93
4.3	Relativni koordinatni sustav za primjenu ortogonalne metode	94
4.4	Linijska mreža	94
4.5	Snimanje uz prepreku na okomici	95
4.6	Utjecaj pogreške nožišta okomice. $\varphi < \psi$, odnosno $e_a < e_b$	97
4.7	Dizanje okomice	98
4.8	Spuštanje okomice	98
4.9	Računanje koordinata točaka na liniji	100
4.10	Računanje koordinata na produžetku linije	101
4.11	Računanje koordinata detaljnih točaka na okomici	102
4.12	Slučaj A (točka 2 s desne strane linije mjerenja)	103
4.13	Slučaj B (točka 2 s lijeve strane linije mjerenja)	104
4.14	Tijek računanja	107
4.15	Polarna metoda	108
4.16	Opis položaja poligonske točke	110
4.17	Neispunjen prvi uvjet za izbor poligonskih točaka	111
4.18	Snimanje niza profila	113
4.19	Snimanje točaka po profilu	113
4.20	Snimanje zgrada	114
5.1	Zatezanje vrpce i korekcija	119
5.2	Indirektno mjerenje duljine pomoću sinusovog poučka	121
5.3	Indirektno mjerenje duljine uz prepreku	121
5.4	Redukcija kose dužine na horizont	125
5.5	Graf deformacije prilikom reduciranja duljina u ravninu projekcije	128
5.6	Pogreška aliniranja vrpce	132
5.7	Pogreška centriranja daljinomjera	134
5.8	Pogreška centriranja reflektora	135
5.9	Pogreška mjerene zenitne duljine	136
6.1	Poligonski vlak	140
6.2	Poligonske mreže	140
6.3	Poligonski vlak	142
6.4	Linearne nesuglasice u poligonskom vlaku	144

6.5	Zatvoreni poligonski vlak	146
6.6	Poligonski vlak priključen samo po koordinatama	147
6.7	Stabilizacija poligonske točke pomoću prirodnog kamena	150
6.8	Stabilizacija poligonske točke pomoću betonskog stupa	150
6.9	Stabilizacija poligonske točke pomoću keramičke ili betonske cijevi	151
6.10	Stabilizacija poligonske točke u gradovima	151
6.11	Postupak stabilizacije poligonske točke	152
6.12	Utjecaj pogreške centriranja instrumenta	156
6.13	Nepovoljan slučaj kod pogrešnog centriranja instrumenta	157
6.14	Pogreška centriranja signala	158
6.15	Priključak poligonskog vlaka na nepristupačnu točku	159

Popis tablica

1.1	Veličina redukcije za pojedine dužine stranica i nadmorske visine	7
1.2	Razlike pravog i prividnog horizonta	9
1.3	Parametri za WGS84 (prema Seeber 1989)	13
2.1	Točnost geometrijskog nivelmana	28
2.2	Ovisnost maksimalne duljine vizure o redu mreže i skali točnosti	55
2.3	Ovisnost minimalne visine vizure od zemlje o redu mreže i skali točnosti	55
2.4	Maksimalno dozvoljene razlike u duljini vizure	55
2.5	Pogreške uslijed nevertikalnosti letve	57
2.6	Vrijednosti člana c_1 ovisno o dužini d	67
2.7	Pogreška visinske razlike uslijed refrakcije zraka. Korekcionni član $\Delta C_2 = \pm \frac{d^2}{2R} \Delta k$ u mm	71