

# **NASTAVNI OBLICI I METODE**

**Željka Milin Šipuš**

**AKAD.GOD.2009/2010.**

# LITERATURA

- [www.math.hr/~...metodika](http://www.math.hr/~...metodika) nastave matematike/~stranice starih kolegija
- Časopis Matematika i škola
- Časopis Poučak

# **OBLICI (NAČINI ORGANIZACIJE) NASTAVE MATEMATIKE**

## **SOCIJALNI OBLICI RADA NASTAVNIKA**

- **FRONTALNA NASTAVA**
- **DIFERENCIRANA NASTAVA**

# DIFERENCIRANA NASTAVA

**Diferencirana nastava** je oblik nastave u kojoj učenik u određenoj mjeri radi samostalno kroz:

- Rad u homogenoj grupi
- Rad u (nehomogenim) grupama (grupni rad)
- Timski rad
- Individualni rad

**FRONTALNA NASTAVA vs.  
INDIVIDUALIZIRANA NASTAVA**

# RAD U HOMOGENIM GRUPAMA

## GRUPIRANJE UČENIKA PO NJIHOVIM SPOSOBNOSTIMA

(primjerice, u tri grupe – slabiji učenici, dobri učenici, vrlo dobri učenici)

- **Svaka grupa dobiva primjerene zadatke**
- **Prednosti:**
  - Aktivnost svih učenika uz primjerene zadatke
  - Odmjerena brzina učenja
- **Mane:**
  - Pretpostavka o učenikovoju sposobnosti određuje njegova postignuća
  - Učenik se ne uspoređuje s boljima

# RAD U (NEHOMOGENIM) GRUPAMA

## GRUPIRANJE UČENIKA

- Broj grupa (broj učenika u grupi) nije određen
- Zadaci koji se daju grupama mogu biti različiti (grupa A, B; rad u parovima)
- Najčešće:
  - 4 – 6 učenika u grupi
  - Sastav grupe se ne mijenja često
  - Po potrebi se određuje učenik koji definira (vodi) rad grupe
  - Grupe rade približno istim tempom
  - Grupa objedinjuje individualni rad
  - Određuje se učenik koji podnosi izvješće o radu grupe
  - Po potrebi, takav se rad ocjenjuje (kako?)

# PRIMJER

**Zadatak: Riješite sustav dviju jednažbi s dvije nepoznanice**

$$2x + 5y = 3$$

$$-3x + y = -8$$

**Grupni rad:**

- 6 grupa
- Grupa A, B sustav rješavaju određenom metodom, itd.

# TIMSKI RAD

**Tim** je manja grupa ljudi

- sa znanjima i vještinama koje se nadopunjuju,
- koji rade individualno i zajedno kako bi ostvarili cilj,
- koji imaju definirane uloge ili poslove,
- koji imaju osobnu inicijativu,
- koji su zajednički odgovorni za cilj.

**Svaka skupina ljudi koja radi zajedno  
ne mora biti tim!**



# KARAKTERISTIKE USPJEŠNOG TIMA

- jasno i transparentno definirani opći i specifični ciljevi
- uspješan voditelj
- pojedinačna i zajednička odgovornost
- poštivanje razlika
- otvorena komunikacija
- efikasno donošenje odluka
- međusobno povjerenje
- konstruktivno rješavanje konflikata

## LITERATURA:

D. Miljković, M. Rijavec, *Organizacijska psihologija*, Zagreb, IEP, 2005.

# INDIVIDUALIZACIJA

## RAD S POJEDINIM UČENIKOM

Najčešće:

- Samostalan rad s tekstom i drugim medijima / dodatni zadaci, dodatne zadaće
- Programirana nastava
- Mentorska nastava
- Dopunska nastava (slabiji učenici)
- Dodatna nastava (bolji učenici)
- Izborna i fakultativna nastava (bolji učenici)

# OBLICI (NAČINI ORGANIZACIJE) NASTAVE MATEMATIKE

## OBLICI RADA I NASTAVNE STRATEGIJE

- HEURISTIČKA NASTAVA
- PROBLEMSKA NASTAVA
- PROJEKTNÁ NASTAVA
- ISTRAŽIVAČKA NASTAVA
- PROGRAMIRANA NASTAVA
- MENTORSKA NASTAVA
- PRAKTIČNA NASTAVA
- itd

# METODE NASTAVE MATEMATIKE

## NEKE OD METODA RADA

- PREDAVAČKA METODA (METODA USMENOG IZLAGANJA)
- METODA DIJALOGA (RAZGOVORA)
  - HEURISTIČKI RAZGOVOR
- HEURISTIČKA METODA
- PROBLEMSKA METODA
- METODA EKSPERIMENTA
- METODA DEMONSTRACIJE
- METODA RADA S TEKSTOM I DRUGIM MEDIJIMA
- itd

# HEURISTIČKA NASTAVA

HEURISTIKA – naziv potječe od uzvika *Heureka (Otkrio sam! Pronašao sam!)* starogrčkog matematičara Arhimeda (Zakon uzgona)

*Heuristic, adj. (Webster)*

- encouraging a person to learn, discover, understand and solve problems on his or her own as by experimenting, evaluating possible answers or solutions or by trial or error – **a heuristic teaching method**
- adjective for experience based techniques that help in problem solving, learning and discovery
- as noun, it is another name for heuristic methods

# HEURISTIČKA NASTAVA

- **Istraživački element u nastavi**
- **Georg Polya, američki matematičar**
  - *Kako riješiti matematički zadatak? (eng. How to solve it?)*
  - *Matematičko otkriće (eng. Mathematical discovery)*
  - *Matematika i uvjerljivo zaključivanje (eng. Mathematics and plausible reasoning)*

# HEURISTIČKA NASTAVA

## ETAPE ZA RJEŠAVANJE PROBLEMA:

- 1. Razumijevanje zadaće**
- 2. Stvaranje plana rješavanja**
- 3. Realizacija plana**
- 4. Osvrt (analiza dobivenog rješenja)**

# HEURISTIČKI RAZGOVOR

**NASTAVNIK UČENIKE VODI KROZ PROBLEM!**

**NASTAVNIKOVA PITANJA KROZ ETAPE:**

- Što je nepoznato? Što je zadano? Kako glasi uvjet? Kada je uvjet ispunjen? Omogućuje li uvjet određivanje nepoznatog? Može li se uvjet rasčlaniti?
- Znaš li neki sličan / srodan zadatak? Neki rezultat koji može pomoći? Možeš li riješiti dio zadatka? Jesi li iskoristio sve zadano?
- Možeš li se uvjeriti da je provedeni korak ispravan? Kako? Možeš li obrazložiti zašto je ispravan? Može li se rezultat dobiti drugačije?
- Je li rezultat očekivan? Smislen? Može li se rezultat kontrolirati? Može li se dokazati / obrazložiti?



# HEURISTIČKA NASTAVA

## PREDNOSTI:

- Velika aktivnost i samostalnost učenika
- Učenikov rad se ostvaruje kroz više kognitivne procese!
- Komunikacija nastavnika i učenika – heuristički dijalog

## MANE:

- Vremenski zahtjevnije
- Nemogućnost direktne komunikacije sa svim učenicima
- Nepotpuna povratna informacija

# PRIMJER

## PRIMJER 1.

### TIMSKI RAD – Djeljivost prirodnih brojeva s 9

- Promatranje višekratnika broja 0 manjih od 200  
9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144,  
153, 162, 171, 180, 189, 198
  - ➡ Stvaranje i provjeravanje različitih hipoteza
  - ➡ Metoda pokušaja i promašaja (Trial and error)
  - ➡ Obrat po kontrapoziciji
- Promatranje velikih prirodnih brojeva  
2007, 18999, 456392,...

# PRIMJER

## PRIMJER 2.

### TIMSKI RAD – Uvođenje pojma prostog broja

- Ispisati brojeve u tablicu i promatrati broj njihovih djelitelja

## LITERATURA:

Z. Kurnik, Heuristička nastava, MIŠ 34, 2006.

# PRIMJER

## METODE (G. POLYA)

- Trial and error / Guess and check
- Ako imaš poteškoća u razumijevanju problema, nacrtaj sliku (skicu, graf, dijagram,...)
- Ako ne možeš naći rješenje, pokušaj pretpostaviti da imaš rješenje i promotri što tada možeš zaključiti (working backwards)
- Ako je problem apstraktan, pokušaj proučiti konkretan primjer
- Pokušaj riješiti općenitiji problem (inventor's paradox)

# PROBLEMSKA NASTAVA

- **Istraživački element u nastavi**
- **vs. heuristička nastava – nastava je još otvorenija i manje je definiran tijekom nastave**
- **Uloga nastavnika se još više smanjuje**
- **Nastavnik sudjeluje:**
  - na početku rada kod postavljanja problema,
  - na kraju rada kod formuliranja zaključka,
  - po potrebi tijekom rada – savjetuje učenike pri izboru izvora znanja, usmjeruje na važno

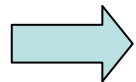
## LITERATURA:

Z. Kurnik, Problemska nastava, MIŠ 15, 2002.

# PROBLEM

**PROBLEM** je zadatak za koji ne možemo odmah izreći algoritam za njegovo rješavanje.

**ALGORITAM** je metoda izvođenja zadatka koja ga raščlanjuje u jasne, nedvosmislene korake čije je izvođenje provedivo (u konačnom vremenu).



U nastavi: Postavljanje problema u kojima je jedna ili više komponenti nepoznata učenicima, a oni je trebaju sami razriješiti.

Nepoznate komponente: elementi, objekti, svojstva, odnosi, veze, faze

# PROBLEMSKA NASTAVA

## ETAPE / TIJEK

- **Stvaranje problemske situacije / postavljanje problemskog pitanja**
  - Nastavnik precizno postavlja problem ili
  - Nastavnik stvara situaciju u kojoj učenici sami formuliraju problem
- **Analiza problema i planiranje njegovog rješavanja**
- **Rješavanje problema**
- **Osvrt na rješenje problema**
  - Interpretacija i vrednovanje rješenja i postupka
  - Traženje drugih, ekonomičnijih ili elegantnijih načina
  - Variranje problema
  - Poopćenje problema – stvaranje novih pitanja

# **STRATEGIJE RJEŠAVANJA PROBLEMA**

- 1. Crtanje dijagrama**
- 2. Ispisivanje sustavnih listi**
- 3. Eliminacija mogućnosti**
- 4. Matrična logika**
- 5. Uočavanje pravilnosti**
- 6. Pogodi i provjeri**
- 7. Rastavljanje na manje probleme (korak po korak)**
- 8. Rješavanje srodnog jednostavnijeg problema**
- 9. Kretanje unatrag**
- 10. Promjena fokusa**

**ITD!!!**



# 1. CRTANJE DIJAGRAMA

## 1. RUKOMETNA LIGA

U ženskoj rukometnoj 3. seniorskoj ligi je 8 ekipa. Svaka ekipa mora odigrati po 2 utakmice sa svakom od preostalih ekipa (kao domaćin i u gostima). Koliko će se u toj ligi odigrati utakmica?

## 2. GENERALIZIRAJ! ( $m$ ekipa, $n$ utakmica)

K. Johnson, T. Herr, *Problem solving strategies, Crossing the river with dogs*, Key Curriculum Press, 2001.

# 1. CRTANJE DIJAGRAMA

3. Na seoskom imanju su 22 životinje – kokoši i ovce. Ukupno imaju 56 nogu. Koliko ima kojih životinja?
4. U Kanadi 7 desetina stanovništva govori engleski kao službeni jezik, ... govori francuski. Koji dio stanovništva govori oba jezika?  
(Vennovi dijagrami)
5. Na obiteljskom okupljanju utvrdilo se sljedeće: svaka nećakinja je sestrična. Polovica svih teta su sestrične. Polovica svih sestrični su nećakinje. Na okupljanju je bilo 50 teta i 30 nećakinja. Niti jedna teta nije nećakinja. Koliko sestrični nisu ni nećakinje ni tete?

# 1. CRTANJE DIJAGRAMA

6. Crvić ide uza zid visok 6 m. Svaki se dan popne 1.5 m, a po noći se spusti za 1 m. Koliko mu dana treba za penjanje do vrha?
7. Lopta se odbije na polovinu visine iz koje je ispuštena. Ako je ispustimo s visine od 160 cm, koji ukupni put prijeđe do petog udarca u tlo?
8. Ivana baca četiri kovanice odjednom – od 10 lp, 20 lp, 50 lp i 1 kn. Na koliko načina mogu pasti na pismo – glava?

# 1. CRTANJE DIJAGRAMA

9. Iz vreće, u kojoj su jedna bijela i dvije crvene loptice, izvlači se jedna loptica. Ako je izvučena loptica bijela, tada se ona vraća natrag u vreću skupa s još jednom bijelom lopticom. Ako je izvučena loptica crvena, tada se ona vraća natrag u vreću skupa s još dvije crvene loptice. Zatim se ponovno izvlači jedna loptica. Kolika je vjerojatnost da se u tom (drugom) izvlačenju izvuče crvena loptica?
10. Grafički prikaz

## 2. ISPISIVANJE SUSTAVNIH LISTI

### 1. RUKOMETNA LIGA

2. Na koliko načina mama, tata i kći mogu sjesti u kajak?
3. Na koliko se načina od 5 knjiga mogu izabrati 3?
4. Ana ima 25 kovanica. Sortira ih u 3 stupca tako da je u svakom stupcu neparan broj kovanica. Na koliko načina to može napraviti?
  1. Stupce ne razlikujemo.
  2. Stupce razlikujemo.

## 2. ISPISIVANJE SUSTAVNIH LISTI

5. Ivana želi razmijeniti novčanicu od 10 kuna u kovanice od 1, 2 ili 5 kuna. Na koliko načina može to napraviti?
6. Produkt dvaju prirodnih brojeva je 360, a njihova suma je manja od 100. Koji su to brojevi?

### 3. ELIMINACIJA MOGUĆNOSTI

1. Ante laže petkom, subotom i nedjeljom, a ostalim danima govori istinu. Juraj laže utorkom, srijedom i četvrtkom, a ostalim danima govori istinu. Ako obojica kaže “Jučer sam lagao”, koji je dan u tjednu?
2. Jelena ima određeni broj kovanica, zna da ih je manje od 100. Ako ih grupira u hrpice po dvije, jedna kovanica ostaje. Ako ih grupira po tri, također jedna ostaje. Isto se dešava kad ih grupira po 4. No, ako ih grupira po 5, tada niti jedna ne ostaje izvan hrpe. Koliko kovanica ima Jelena?
3. SEND + MORE = MONEY

### 3. ELIMINACIJA MOGUĆNOSTI

4. Drugi korijen broja 4356 je prirodan broj. Odredite ga bez korištenja kalkulatora.
5. Četvorica dječaka Fran, Filip, Tomo i Ivan se rangiraju po starosti, visini i težini. Vrijedi sljedeće: Najviši dječak (Fran) je stariji od najlakšeg (Filipa). Najstariji dječak (Tomo) je niži od najtežeg (Ivan). Niti jedan nije na istom mjestu u različitim kategorijama. Rangiraj dječake.



# 4. MATRIČNA LOGIKA

## INTEGRAMI

- tablice koje prikazuju veze (ili odsustvo veze) među objektima u problemu,
- zasnivaju se (uglavnom) na 1-1 korespondenciji,
- 1 ili + veza postoji,
- 0 ili – veza ne postoji

## 4. MATRIČNA LOGIKA

1. Tomo, Krešo, Ana i Jasna čine dva bračna para. Svatko od njih ima svoj različit sport: trčanje, plivanje, biciklizam ili golf. Poznato je da:

1. Tomo mrzi golf.
2. Krešo i njegova supruga ne vole trčanje.
3. Omiljeni sport obje žene je dio triatlona.
4. Omiljeni sport Aninog muža je biciklizam.

Koji je čiji omiljeni sport?

Tko su supružnici?

## 4. MATRIČNA LOGIKA

1. Nakon završene srednje škole četvero prijatelja se upisuje na daljnji studij. Njihova imena su Alan, Cathy, Hank i Gladys, a prezimena Williams, Burbank, Collins i Gunderson. Svi se upisuju na različite studije: sveučilište, visoku školu, tehničku školu i privatnu školu. Odredite koje prezime ide uz koje ime?
  1. Niti jednom od njih, ime nema isto početno slovo kao prezime, niti ime nema zadnje slovo kao zadnje slovo prezimena.
  2. Niti Hank niti Williams ne idu na visoku školu.
  3. Alan, Collins i student/ica koja ide na sveučilište stanuju u istoj ulici. Četvrti prijatelj/ica stanuje dva bloka dalje.
  4. Gladys i Hank stanuju “vrata do”.
  5. Iako je privatna škola prihvatila Hankovu molbu, Hank se nije upisao u tu školu.

# 5. UOČAVANJE PRAVILOSTI

1. Nastavite niz:

1. 1, 2, 4, ...

2. 1, 6, 11, 16, ...

3. 1, 4, 9, 16, ...

4. 1, 3, 6, 10, ...

5. 3, 6, 5, 10, 9, 18, 17, 34, ...

6. 77, 49, 36, 18, ... (još jedan broj na listi)

## 5. UOČAVANJE PRAVILOSTI

2. U sljedećim tablicama dane su vrijednosti funkcija. Odredite vrijednosti koje nedostaju. Ucrtajte točke u koordinatni sustav i odredite algebarski zapis funkcije.

$x$	0	1	2	3	4	5	137
$y$	3	7	11	15	19		

$x$	0	1	2	3	4	5	137
$y$	-2	5	12	19	26		

$x$	0	1	2	3	4	5	137
$y$	-4	1	12	29	52		

## 6. POGODI I PROVJERI!

1. Filip ima ukupno 120 kovanica po dvije i pet kuna. Koliko ima kojih ako zna da ima 441 kunu?
2. Seosko imanje!
3. Lana je dvije godine manje nego četiri puta starija od Frana. Također je jednu godinu više nego tri puta starija od Frana. Koliko godina ima Lana, a koliko Fran?
4. Ana je na rasprodaji kupila čarape za 24.01 kn. Čarape su bile snižene 30%. Koliko su stajale prije?

## 7. RASTAVLJANJE NA MANJE PROBLEME

1. Ako je  $x+y=5$ , koliko je  $x^2 + y^2 + 2xy + 11$ ?
2. Kapacitet lifta je 20 djece ili 15 odraslih osoba. Ako je u liftu trenutno 12 djece, koliko odraslih osoba može ući?

### 3. SMJESA 1

Smjesa se sastoji od 25% crvene boje, 30% žute boje i 45% vode.

Ako se dodaju 4 čaše crvene boje u 20 čaša smjese, koliki je postotak crvene boje u smjesi?

## 9. KRETANJE UNATRAG

1. Jure je pojeo polovinu keksa iz kutije i nakon toga još jedan keks. Polovinu preostalih keksa je pojela Mare, nakon čega je ostalo još 6 keksa u kutiji. Koliko ih je bilo na početku?
2. Moja sestra voli kupovinu. U jučerašnjoj kupovini, prvo je potrošila 88 kn za CD. Zatim je potrošila polovinu ostatka novca za nove hlače, te 31 kn za kavu i kolač za sebe i prijateljicu u kafiću. Zatim jednu trećinu ostatka na knjigu. Na povratku kući, potrošila je 120 kn za benzin, te zatim četvrtinu ostatka novaca na sitnice na benzinskoj pumpi. Na kraju je imala 30 kn u novčaniku. Koliko je imala na početku?